



**Universidade de Brasília - UnB
Faculdade UnB Gama - FGA
Curso de Engenharia Automotiva**

**OTIMIZAÇÃO DE SUSPENSÕES VEÍCULARES PARA
CONFORTO**

**Autor: Alex Vendramin Pereira
Orientadora: Suzana Moreira Avila**

**Brasília, DF
2017**



ALEX VENDRAMIN PEREIRA

OTIMIZAÇÃO DE SUSPENSÕES VEÍCULARES PARA CONFORTO

Monografia submetida ao curso de graduação em Engenharia Automotiva da Universidade de Brasília, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Automotiva.

Orientadora: Suzana Moreira Avila D.Sc

**Brasília, DF
2013**

CIP – Catalogação Internacional da Publicação*

Vendramin, Alex.

Otimização de suspensões veiculares para conforto /
Alex Vendramin Pereira. Brasília: UnB, 2017.

Monografia (Graduação) – Universidade de Brasília
Faculdade do Gama, Brasília, 2017. Orientação: Suzana
Moreira Ávila

1. Suspensão. 2. Vibração. 3. Conforto I. Ávila, Suzana. II.
Otimização de suspensões veiculares para conforto.

CDU Classificação

OTIMIZAÇÃO DE SUSPENSÕES VEÍCULARES PARA CONFORTO

Alex Vendramin Pereira

Monografia submetida como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Automotiva da Faculdade UnB Gama - FGA, da Universidade de Brasília, em dd/mm/aa apresentada e aprovada pela banca examinadora abaixo assinada:

Prof. D.Sc: Suzana Moreira Ávila, UnB/ FGA
Orientador

Prof. D.Sc: Maura Angélica Milfont Shzu, UnB/ FGA
Membro Convidado

Prof. D.Sc: Saleh Barbosa Khalil, UnB/ FGA
Membro Convidado

Brasília, DF
2017

RESUMO

O aumento do conforto é uma das principais demandas da indústria automotiva da atualidade. Tornar o veículo mais confortável trata-se de um aspecto muito importante para a melhora de saúde e satisfação do condutor. Existem várias maneiras de aumentar o conforto, entre elas é a configuração da suspensão para a redução da transmissão do movimento da pista para o condutor. Uma forma de analisar este problema é utilizar de um modelo biodinâmico e um modelo discreto de veículo. Técnicas de otimização tratam de maximizar ou minimizar uma função objetivo, neste contexto, procura-se minimizar a transferência de oscilações do solo para maximizar o conforto do passageiro. Este trabalho associa um modelo de $\frac{1}{4}$ de veículo com diversos modelos biodinâmicos. Utiliza-se equações no domínio do tempo e no domínio da frequência para análise. Segue-se então um estudo paramétrico e otimização dos coeficientes da mola e do amortecedor para verificar sua influência na resposta do modelo biodinâmico.

Palavras-chave: Suspensão. Vibração. Conforto.

ABSTRACT

The increase of comfort is one of the main demands of the present automobile industry. Making the vehicle more comfortable is a very important aspect for improvements on health and satisfaction of the driver. There are many ways to increase comfort, and one of them is the suspension setup to reduce the transmission from the ground to the driver. A way to analyze this is to use a biodynamic model and a vehicle model. Optimization techniques are about maximization or minimization of an objective. In context, there is a minimization of the transfer of the oscillations from the ground to maximize the comfort of a passenger. This paper associates a quarter model vehicle with some biodynamic models. Equations on time and frequency domain are used for analysis. Then, it follows to a parametric study and optimization of the stiffness and damping coefficients of the suspension to verify the influence of response at the biodynamic model.

Keywords: Suspension. Vibration. Comfort.

SUMÁRIO

RESUMO.....	1
ABSTRACT.....	2
SUMÁRIO.....	3
1. INTRODUÇÃO.....	5
1.1 JUSTIFICATIVA.....	6
1.2 OBJETIVOS.....	6
1.3 METODOLOGIA.....	7
1.4 ESTRUTURA.....	8
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	9
2.1 SUSPENSÕES VEICULARES.....	10
2.2 NIVEIS DE VIBRAÇÃO E CONFORTO.....	12
2.3 MODELOS BIODINÂMICOS.....	17
2.4 CONCEITOS DE OTIMIZAÇÃO.....	22
2.4.1 MÉTODOS DE BUSCA DIRETA.....	25
2.4.2 ALGORITMO GENÉTICO.....	26
2.4.3 ENXAME DE PARTÍCULAS.....	28
2.5 ESTADO DA ARTE.....	31
3. MODELAGEM MATEMÁTICA.....	36
3.1 MODELO COM 3 GRAUS DE LIBERDADE.....	36
3.2 MODELO COM 6 GRAUS DE LIBERDADE.....	38
3.3 MODELO COM 7 GRAUS DE LIBERDADE.....	41
4. EXEMPLOS NUMERICOS.....	44
4.1 VALIDAÇÃO DOS RESULTADOS.....	45
4.2 ESTUDO PARAMÉTRICO.....	52
4.2.1 MODELO BIODINÂMICO DE COERMANN.....	52
4.2.2 MODELO BIODINÂMICO DE ANFLOR (2003).....	57
4.2.3 MODELO BIODINÂMICO DE BOILEAU E RANHEJA (1998).....	62
4.3 OTIMIZAÇÃO.....	65
4.3.1 MODELO BIODINÂMICO DE COERMANN.....	68
4.3.2 MODELO BIODINÂMICO DE SALAH(2010).....	75
5. CONCLUSÃO.....	80
6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	81

1. INTRODUÇÃO

A indústria automobilística vem, a cada tempo, se renovando e aprimorando a praticidade e o conforto em seus veículos. Neste contexto, sistemas relacionados ao conforto do carro são cada vez mais aprimorados.

Um dos sistemas automotivos que mais influência no conforto de um veículo é o da suspensão. A suspensão é responsável por suportar o peso do veículo, e através da mesma são transmitidas as vibrações geradas nos pneus causadas pelas irregularidades do solo. Logo, ela está diretamente ligada a vibrações no veículo. Em excesso, vibrações podem provocar desconforto e até mesmo doenças irreversíveis (FERREIRA,2015). A minimização de vibrações é um aspecto de suma importância no design de um automóvel de uso diário.

Estudos na parte de vibração ocupacional (exposição diária a vibração) estão sendo cada vez mais frequentes na literatura, com a proposta de vários modelos biodinâmicos, como o de DREHMER (2016) e CASAS (2015), com 4 graus de liberdade (GDL). O modelo biodinâmico mais antigo e pioneiro foi o de COERMANN (1962), com 1 GDL, proposto com base em experimentos e modelos da época. Desde então, nas décadas seguintes, foram desenvolvidos vários outros modelos de maior complexidade, para a análise de desconforto e de doenças relacionadas á vibração.

Por conta da evolução do processamento computacional foi possível realizar uma quantidade muito maior de cálculos matemáticos, possibilitando o aumento da complexidade e da precisão de modelos matemáticos. Esta ferramenta poderosa foi capaz de aprimorar modelos biodinâmicos e modelos de suspensão. Estudos como (BOLINA,2015) utilizam programas computacionais para análises de vibrações no corpo humano.

No século XVII, Fermat descobriu que o mínimo ou um máximo de uma função necessariamente tinha de se encontrar no ponto em que a taxa de variação da função é zero, a não ser que este mínimo ou máximo se situe nas extremidades da função. A partir daí, começou-se a busca por soluções ótimas: Busca-se a solução ou o conjunto de soluções que venham a minimizar ou maximizar uma determinada função objetivo. A otimização pode ser aplicada para reduzir as vibrações no corpo humano.

Com a maior capacidade de processamento, foi possível aprimorar projetos alcançando níveis maiores de eficácia. Neste contexto, houve uma maior

aplicabilidade das técnicas de otimização, por conta de uma maior capacidade computacional.

Para realizar a otimização da suspensão minimizando os efeitos da vibração sobre o corpo humano, utilizam-se dois modelos: Um modelo do veículo e um modelo biodinâmico que representa o corpo humano. Com estes dois modelos acoplados definindo os parâmetros e variáveis, é possível buscar uma solução ótima para o problema sob o ponto de vista do conforto.

1.1. JUSTIFICATIVA

O aumento do conforto em um veículo é uma das necessidades da indústria automobilística do século XXI. A redução de vibrações acarreta um melhor bem-estar e satisfação do consumidor, além de diminuir o risco de doenças causadas por excesso por vibrações, que podem imprimir dano permanente à saúde.

1.2. OBJETIVOS

Este trabalho objetiva propor uma melhora no conforto do veículo através da otimização de parâmetros de uma suspensão veicular, utilizando um modelo biodinâmico e um modelo de $\frac{1}{4}$ de veículo.

Como objetivos específicos apresentam-se:

- Estudar o problema exposto utilizando diferentes modelos biodinâmicos.
- Analisar a transferência de vibrações advindas das irregularidades do solo para o ocupante.
- Utilizar técnicas de otimização adequadas para a solução do problema.
- Reduzir as amplitudes da vibração no modelo biodinâmico, melhorando assim o conforto.

1.3. METODOLOGIA

Primeiro, é realizado um estudo preliminar para o entendimento básico da problemática em questão. Este estudo contém os conceitos básicos do funcionamento de um sistema de suspensão veicular. Ele determina quais são as premissas de uma suspensão. São mostrados os principais subsistemas.

Após o entendimento do funcionamento do sistema de suspensão, é preciso da compreensão da natureza de vibrações e do fenômeno da ressonância. Então é realizada uma pesquisa sobre as normas estabelecidas quanto aos limites de vibração no corpo humano e metodologias de medição e modelagem.

Com estes conhecimentos em mente, é preciso selecionar alguns modelos biodinâmicos para a análise das vibrações no ser humano e obtenção das frequências de ressonância do mesmo.

São apresentadas os objetivos e métodos de modelagem em otimização: Como tratar o problema, selecionar variáveis e definir objetivos.

Segue-se então com uma modelagem matemática do sistema. A modelagem matemática se divide em duas vertentes: A primeira minimiza a aceleração vertical de um veículo em movimento no modelo biodinâmico. Esta minimização é feita através de um modelo de $\frac{1}{4}$ de veículo e um modelo biodinâmico preestabelecidos, e trabalha no domínio da frequência. Dentro desta abordagem é realizado um estudo paramétrico, visando minimizar a função de transferência do sistema (função que modela a transferência de vibrações advindas do solo para o ocupante do veículo).

A segunda abordagem trata-se de minimizar o deslocamento RMS do modelo biodinâmico. Esta minimização também é realizada através de um modelo de $\frac{1}{4}$ de veículo e um modelo biodinâmico preestabelecidos. Esta abordagem trabalha no domínio do tempo. Para esta abordagem, é realizada a otimização do modelo matemático através do auxílio do MATLAB®, se utilizando dos algoritmos genético e enxame de partículas para a obtenção de resultados ótimos.

Através destas modelagens são definidas as variáveis do projeto da suspensão de conforto ótimo (rigidez e amortecimento da suspensão).

Com a definição clara do problema e do escopo é executada a otimização do sistema para maximizar o conforto através do auxílio do MATLAB®, que trabalha com os cálculos numéricos do modelo para a obtenção de resultados ótimos.

1.4. ESTRUTURA

O seguinte documento se constitui de um capítulo inicial, que introduz o tema ao leitor, as justificativas e os objetivos.

Há um segundo capítulo, com a compreensão dos fundamentos teóricos de suspensões veiculares, suas funções e tipos, com autores relacionados ao tema. Assim como, da mesma maneira, foram introduzidos fundamentos teóricos na área de vibração e seu impacto no corpo humano, com a apresentação das normas relacionadas ao tema. Também foram mostrados modelos biodinâmicos de diversos autores. Segue-se então para as fundamentações acerca do tema otimização. Então são introduzidos trabalhos acerca do tema de redução de desconforto no corpo humano através de modelos biodinâmicos.

Um terceiro capítulo define os modelos a serem estudados para uma análise da dinâmica veicular vertical. Neste capítulo, se analisa um modelo de $\frac{1}{4}$ de veículo em série com um modelo biodinâmico. Na primeira abordagem, utilizou-se a definição de função de transferência para definir a resposta do modelo biodinâmico no domínio da frequência a uma excitação harmônica. Na segunda abordagem, utilizou-se da equação de estado para definir a resposta do modelo biodinâmico no domínio do tempo sujeito a quatro perfis diferentes.

O quarto capítulo apresenta exemplos numéricos, que aplicam a modelagem matemática do terceiro capítulo em alguns modelos biodinâmicos propostos pelos autores mostrados no capítulo dois. Realizam-se simulações numéricas e um estudo de otimização dos parâmetros da suspensão utilizando os algoritmos genético e enxame de partículas.

O quinto capítulo apresenta as conclusões do trabalho e sugestões para trabalhos futuros.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O ambiente de vibração é um dos critérios mais importantes na avaliação do usuário acerca da “qualidade” do carro, sendo um dos critérios de julgamento do comprador do veículo acerca da construção e engenharia do veículo. Este critério tem natureza subjetiva, ocasionando complicações no desenvolvimento do projeto do veículo (GILLESPIE,1992).

O modelo biodinâmico trata-se de um modelo discreto que representa partes do corpo como subsistemas de massas rígidas ligadas por juntas elásticas e com propriedades de absorção de energia (amortecimento). A ideia é modelar a resposta do corpo humano a vibrações, visando calcular frequências de ressonância e valores de transmissibilidade. Ele modela a resposta do corpo á forças e movimentos externos. Um exemplo de um modelo biodinâmico é mostrado na figura 1.

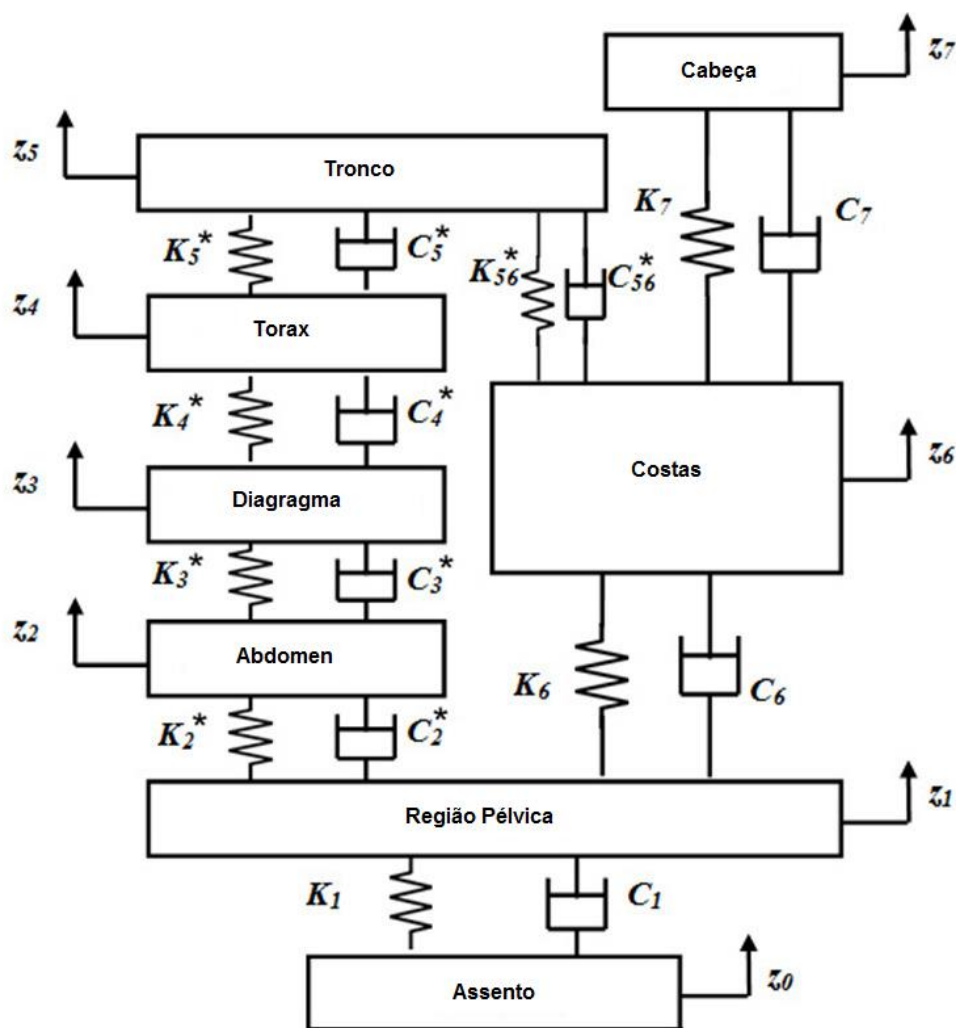


Figura 1 – Modelo de vibração de Singh (2014), adaptado.

Para a compreensão acerca do tema, é necessária uma revisão de vibrações e do uso de modelos biodinâmicos para representar o corpo humano dentro do veículo.

2.1. SUSPENSÕES VEICULARES

A suspensão em um veículo tem como objetivos essenciais suportar o peso do veículo, absorver e amortecer vibrações advindas do solo e garantir a estabilidade através do contato pneu solo.

Considerando-se as atividades regulares e cíveis de um veículo, desconsiderado o universo do esporte a motor, onde o desempenho é o fator principal, a suspensão é um componente cujo propósito é entregar conforto e segurança para os passageiros do veículo com o mínimo de custo (DREHMER, 2016).

Segundo Rill (2011), os propósitos principais de um sistema de suspensão são:

- Suportar o veículo e seu peso.
- Manter alinhamento correto dos pneus.
- Controlar a direção ao qual o veículo aponta.
- Manter o contato entre o pneu e o solo.
- Reduzir o efeito de forças de impacto.

Os sistemas de suspensão do veículo consistem em (RILL, 2011):

- Elementos-guia, como, por exemplo, feixe de molas e ligações.
- Elementos de força, como, por exemplo, barras anti-rolamento, amortecedores e barras de torção.
- Pneus do veículo.

A figura 2 mostra um típico arranjo de suspensão (MacPherson). Molas são os elementos responsáveis por, principalmente, manter o contato dos pneus com o solo e sustentar o peso do carro, enquanto amortecedores são responsáveis por dissipar a energia das vibrações verticais. Molas de baixa rigidez são superiores na redução de vibração do veículo, ou seja, tem maior absorção de vibrações, causando uma maior sensação de bem-estar e conforto ao usuário, enquanto uma mola mais rígida possui uma melhor dirigibilidade (PEREIRA, 2013).

Assim, a mola de uma suspensão não deve ser tão rígida a ponto de causar desconforto, mas nem tão macia a ponto de comprometer a dirigibilidade, sendo necessário encontrar um ponto médio que atenda as duas demandas.

SISTEMA DE SUSPENSÃO

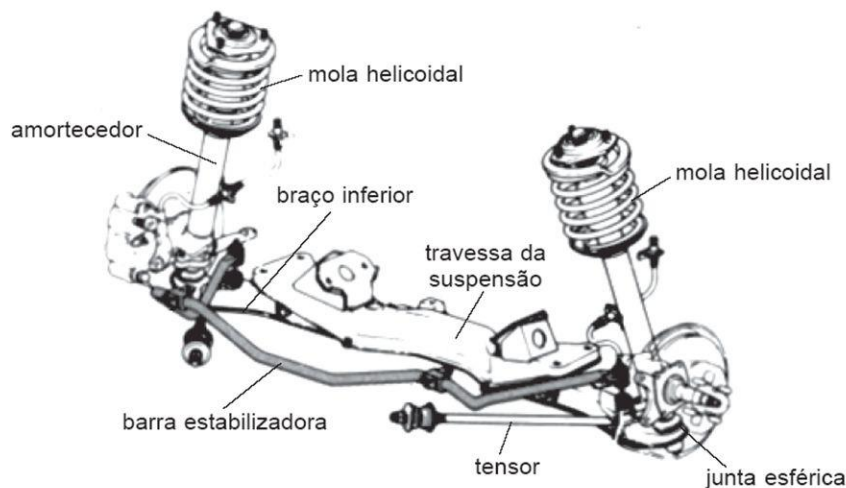


Figura 2 – Um sistema de suspensão com molas helicoidais (MacPherson).

Fonte: <http://slideplayer.com.br/slide/7309546/>

Segundo Gillespie (1992), os sistemas de suspensão podem ser classificados em:

- Suspensão passiva: O sistema apenas pode dissipar energia advinda do movimento do carro na pista, sem elementos que adicionem energia externa. O sistema convencional de mola e amortecedor é um exemplo de suspensão passiva.

- Suspensão de auto nivelamento: Uma variação da suspensão passiva, aonde a altura do veículo em relação ao solo é controlada por um componente de levantamento (usualmente, pneumática). Este componente atua quando o veículo se desviou muito de sua suposta altura após um tempo pré-determinado.

- Suspensão completamente ativa: Incorpora atuadores que geram forças externas para controlar a resposta do veículo. É preciso de energia externa para operar o sistema. Os atuadores são normalmente cilindros hidráulicos.

- Suspensão semiativa: Um sistema que contém molas e amortecedores cujas propriedades são ajustadas em tempo real. As propriedades das molas e amortecedores podem variar ao longo do tempo de acordo com a lei de um sistema de controle. São conhecidas como sistemas passivos ajustáveis.

2.2. NIVEIS DE VIBRAÇÃO E CONFORTO

O interesse em vibrações despertou quando foram criados e descobertos os primeiros instrumentos musicais, dos mais primitivos, como apitos ou tambores. À partir disso, o estudo da vibração foi se estendendo a várias outras áreas (RAO, 2009).

A maioria das atividades humanas inclui vibrações, incluindo as mais básicas de sobrevivência e sentidos, como audição, visão, respirar, andar, falar (RAO, 2009). As questões de vibração estão muito presentes na engenharia, como, por exemplo, em qualquer tipo de transporte (aquaviário, terrestre ou aéreo), na construção de edifícios e estruturas e até mesmo nas engenharias elétrica e eletrônica, dentre outros.

Uma vibração é expressa como uma variação de deslocamento, velocidade e/ou aceleração em um curto espaço de tempo. Para movimentos periódicos, o inverso deste período delimita a frequência, que é a quantidade de ciclos realizados em um determinado período. Na literatura alemã (e no Sistema Internacional de unidades), ciclos por segundo é denominado Hz (Hertz), em honra ao cientista que realizou os primeiros experimentos com ondas de rádio (que se trata de uma vibração elétrica) (DEN HARTOG, 1985).

Uma vibração é induzida por uma ação dinâmica (no caso de vibrações mecânicas, ela advém da ação dinâmica de forças variáveis no tempo), ou seja, quando uma ação dinâmica está presente, uma vibração ocorre no sistema mecânico (PAREDES, 2013).

No caso de uma ação dinâmica possuir frequência próxima à frequência natural do sistema mecânico, ocorrerá ressonância, que levará o sistema a sofrer grandes amplitudes de vibração. Este fenômeno é indesejável em vários sistemas: Máquinas com menor vida útil, degradação de produtos, risco de integridade e confiabilidade, etc (PAREDES, 2013).

Por isso, a análise de vibrações é importante, no sentido de contornar problemas graves já citados e no sentido de evitar efeitos indesejáveis.

O corpo humano possui sensibilidade á vibrações. Segundo Ferreira (2015), os fatores envolvidos são:

- Postura
- Tensão muscular
- Frequência
- Amplitude
- Direção da vibração
- Duração
- Dose de exposição

Existem danos e perturbações causados pela exposição excessiva á vibrações. Estes danos muita das vezes são incuráveis ou irreversíveis, de maneira que o tratamento deve ser preventivo. Estes danos são conhecidos como doenças ocupacionais ou profissionais, ou ainda podem ser denominados como distúrbios osteoarticulares relacionados ao trabalho (DORT) (FERREIRA,2015).

A exposição á baixas frequências (5-20 Hz) é potencialmente mais danosa que a exposição á altas frequências (6,3-1250 Hz). A população de trabalhadores industriais é a mais acometida por sequelas osteomusculares nervosas e vasculares em função da exposição à vibração (SEBASTIÃO,2007).

Segundo Sebastião (2007), os efeitos indesejáveis mais relatados por pessoas expostas a vibração foram:

- Parestesia
- Queixas vertebrais
- Sensação de formigamento
- Dor não especificada
- Esbranquiçamento digital
- Alterações motoras e sensitivas das mãos

No início do século passado ocorreu o crescimento da industrialização, com a instalação de muitas fábricas. Durante certo tempo, a segurança do trabalhador não estava entre as prioridades. Porém, com o crescimento e amadurecimento das questões humanistas, houve uma necessidade de se prezar pela saúde dos trabalhadores. Diante disso, posteriormente, foram criadas normas de exposição á vibrações, atendendo a demanda de diversos sindicatos.

Existem hoje, no mundo, diversas normas que regem a exposição de vibração no corpo humano. A ISO 2631, por exemplo, é um guia para avaliar a exposição de um corpo inteiro á vibrações. Ele sugere três níveis aceitáveis, que vão variar de acordo com o proposito:

“Nível de conforto reduzido” – Nível ao qual o ser humano sente um desconforto, sensações como incômodos e leves enjoos. Porém, este desconforto não irá afetar a atividade exercida, ou seja, não irá reduzir a eficiência da atividade que está sendo exercida.

“Nível de eficiência reduzida” – Nível ao qual não apenas o conforto, mas a eficiência da atividade é comprometida. A atividade em si ainda é possível, porém com menor eficácia.

“Limite de exposição” – Nível que, se for ultrapassado, poderá causar problemas irremediáveis no ser humano, podendo até mesmo levar à morte.

Esta norma delimita a existência de quatro fatores físicos principais ao analisar a vibração no corpo humano: Intensidade, frequência, direção e duração. Esta norma apresenta tabelas e gráficos que mostram os limites de aceleração máxima e tempo de exposição para o nível de conforto reduzido e de exposição para determinadas faixas de frequências.

A figura 3 foi extraída da norma ISO 2631 e mostra um destes gráficos.

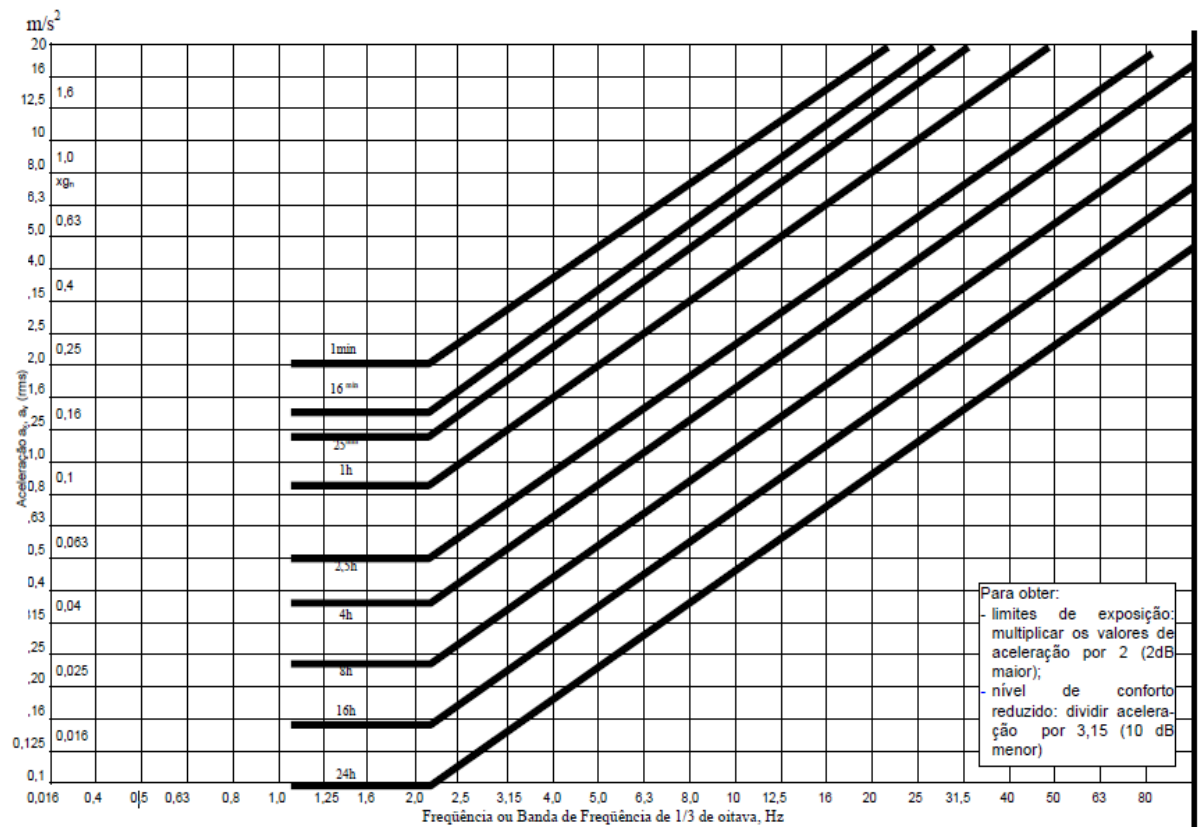


Figura 3 – Limites para nível reduzido de eficiência (fadiga). Fonte: ISO 2631

No eixo vertical, representa-se a aceleração transversal, e no eixo horizontal a banda de frequência em 1/3 de oitava, em Hz. Cada uma das linhas representa um tempo de exposição máximo. Abaixo da primeira linha, por exemplo, encontram-se os valores de aceleração aceitáveis para um minuto de exposição nas frequências delimitadas no eixo horizontal.

A ISO 2631, a partir de 1997, passou a ser dividida em 5 partes:

- I) ISO 2631-1: Possui as definições básicas, curvas de ponderação em frequências (como mostrado acima) para os três tipos mais comuns de vibração: Aleatória, transiente e periódica. Apresenta uma definição dos métodos de medição – formas padrão de realizar medições – de corpo inteiro.
- II) ISO 2631-2: O foco é na exposição á vibrações e desconforto em edifícios e estruturas, mas também inclui a padronização do local e das direções de medição.

- III) ISO 2631-3: Vibração de corpo inteiro vertical com foco em baixas frequências (0,1 a 0,63 Hz). Este foi um dos primeiros itens da norma antiga, mas foi incorporado à ISO 2631-1 posteriormente.
- IV) ISO 2631-4: Além de vibração, aborda aspectos de rotação, para avaliar desconforto em sistemas de transporte de trilhos.
- V) ISO 2631-5: Parte da norma que trata da saúde e dos efeitos negativos da exposição prolongada á vibrações excessivas. Discorre acerca de variados sintomas indesejáveis no corpo devido á vibrações, especialmente nos efeitos adversos de natureza lombar.

A ISO 5349 que trata especificamente das vibrações transmitidas à mão, visando e focando trabalhos manuais em fábricas e empresas, para ser útil de referência á normas de questões trabalhistas.

Já a BS 7085 – norma originalmente britânica - trata-se de um guia de segurança para experiências em que pessoas estão sujeitas a vibrações. Esta estabelece os limites de vibração em que os seres humanos podem ser expostos em experimentos na presença do monitoramento de um médico, e novos limites de vibração (menores) na ausência do acompanhamento um profissional da área de saúde durante os ensaios.

A BS 6841 se apresenta como uma alternativa a ISO 2631, também avaliando vibrações de corpo inteiro. Também apresenta curvas ponderadas de avaliação, trabalhando em frequências a partir de 0,5 até 80 Hz, delimitando também limites de tolerância e limites de conforto.

No Brasil, a legislação relacionada a atividades e operações de alto índice de insalubridade é a Norma Regulamentadora nº 15 ou NR-15. Ela legisla acerca dos limites de tolerância e define em quais situações o trabalho é definido como “insalubre” (NACIF, 2015). Os problemas relacionados a vibração encontram-se no anexo VIII, onde se encontram procedimentos de medição e limites de tolerância. O anexo VIII da NR-15 possui como forte referência á NHO (Norma de Higiene Ocupacional) 09.

A NHO 09 trata da avaliação e medição de vibrações. Esta norma estabelece os métodos e procedimentos de medição, com equações para calcular valores de componentes (independentes de direção) para a avaliação das vibrações. Com o equacionamento, se chega a valores de aceleração resultante ponderados (ou

normalizados) de vibração do corpo inteiro. A norma prevê medidas preventivas e corretivas em ambientes cujo grau de incerteza em relação à exposição é alto.

A NHO 09, por sua vez, possui como referências normativas a primeira parte da ISO 2631 (a ISO 2631-1) e utiliza a ISO 8041 para a avaliação do segmento mão braço ao invés da ISO 5349.

2.3. MODELOS BIODINÂMICOS

A vibração no corpo humano passou a ser considerada como fator ambiental estressante na década 20, com a proliferação de veículos de transporte motorizado e máquinas móveis. Porém, os primeiros estudos a respeito vieram ao redor da década de 40, com as primeiras normas surgindo somente muitos anos depois (STAINER,2001).

Durante a década de 60, foram realizados vários estudos sobre os efeitos fisiológicos causados por vibrações, assim como a faixa de frequência de ressonância da região lombar (4 a 6 Hz) (STAINER,2001). Esses avanços foram, assim como os das décadas seguintes, em parte, devido aos primeiros computadores, que possibilitavam abordagens com maior volume de cálculos.

O corpo humano não contém nenhum órgão sensorial que meça diretamente vibração. Ele combina as informações dos sistemas auditivos, visual, vestibular e somático (MANSFIELD,2004).

Segundo MANSFIELD (2004), a percepção de uma vibração pode ocorrer:

- Pelo sistema visual, através do acompanhamento visual do movimento de objetos ao redor.

- Pelo sistema vestibular, através da detecção de acelerações linear e rotacional que se repetem ao longo de um tempo muito curto (menor que um segundo).

- Pelo sistema somático, que pode usar o sinal dos sentidos dos músculos e juntas, reportando ao cérebro a posição das forças. O sistema somático também pode detectar vibrações através do sinal do movimento do abdômen. Além disso, terminais Ruffini localizados na pele podem detectar vibrações.

- Pelo sistema auditivo, em frequências médias e altas (20 Hz ou superior), vibrações podem ser escutadas e reconhecidas pelo ouvido.

Segundo ANFLOR (2003), a vibração no corpo humano pode ser dividida em dois segmentos: Vibração no Corpo Inteiro (VCI) e Vibração no Segmento Mão-Braço (VSMB). A vibração de ressonância para VSMB ocorre entre 100-250 Hz entre três eixos, enquanto para VCI, as ressonâncias são na faixa de 4 a 8 Hz na direção vertical, e 1 a 2 Hz nas direções horizontais e laterais.

Os modelos podem ser variados em muitos aspectos, como na quantidade de Graus de Liberdade (GDL). As abordagens e os cálculos dependem diretamente da posição que se encontra o corpo em análise. As frequências de ressonância das pernas em pé são diferentes das frequências de ressonância da posição sentado. Alguns estudos realizaram experimentos para determinar os valores de frequência natural de várias partes do corpo humano, como no estudo da figura 4.

Um dos modelos biodinâmico mais simples, e um dos primeiros apresentados na literatura, é o de COERMANN (1962), mostrado na figura 5. Este modelo possui 1 GDL, possuindo uma massa de 83,72 kg, rigidez de 131,18 KN/m, índice de amortecimento 0,57, o que resulta em uma frequência natural de 6,3 Hz.

BOILEAU e RAKHEJA (1998) criaram um modelo de 4 GDL, visando analisar um indivíduo sentado, para analisar o efeito das vibrações em motoristas. Foram colocadas restrições nos critérios de massa, rigidez e amortecimento, visando que cada subsistema com 1 GDL represente partes do corpo. A massa na parte superior do modelo representa a cabeça, enquanto a parte subsequente de cima para baixo representa os braços, a barriga e as costas.

Em seguida representa-se a região pélvica e a parte inferior representa as pernas e pés. Essas distribuições foram feitas com base em outros estudos antropométricos experimentais. Este modelo é mostrado na figura 6, com os parâmetros explícitos na tabela 1.

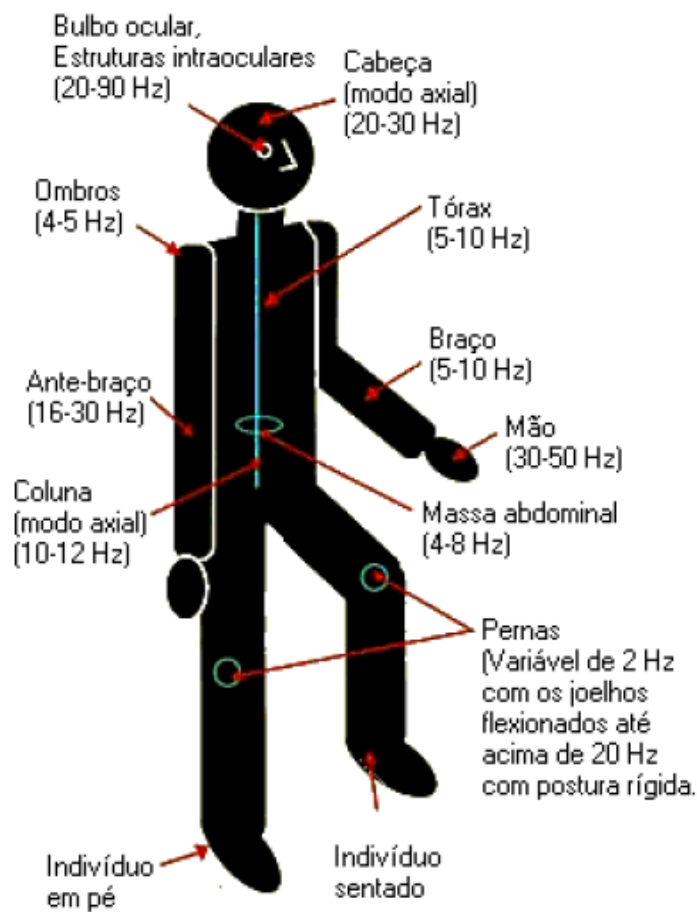


Figura 4 – Faixas de frequência de ressonância do corpo humano (ANFLOR,2003).

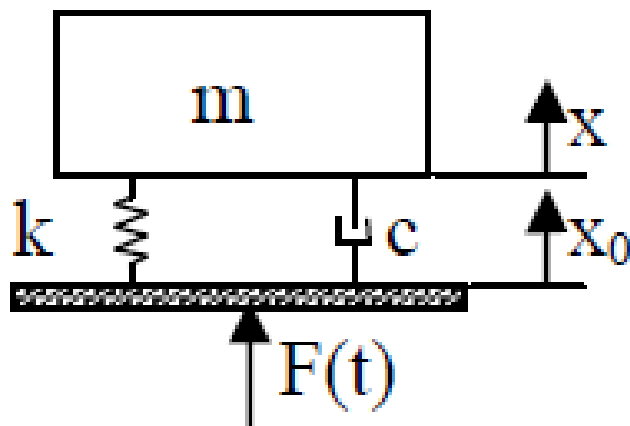


Figura 5 – Modelo de 1 GDL COERMANN (1962)

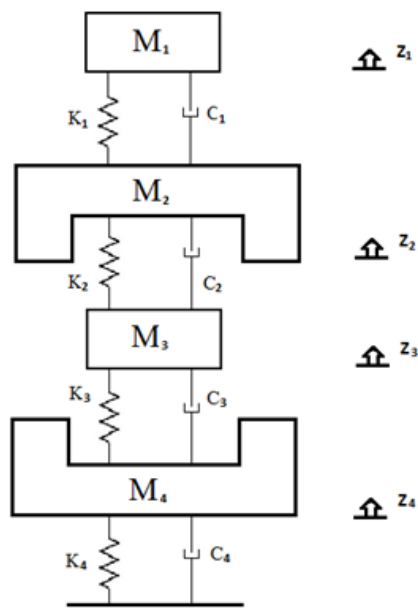


Figura 6 – Modelo de BOILEAU e RAKHEJA (1998) de 4 GDL

GDL	M (kg)	K (kN/m)	C (N.s/m)
1	5,31	310	400
2	28,49	183	1750
3	8,62	162,8	1585
4	12,78	90	2064

Tabela 1 – Parametros do modelo de BOILEAU e RAKHEJA (1998)

Observa-se que este modelo é de um indivíduo de massa de aproximadamente 55 kg.

ANFLOR (2003) criou uma rotina que procura integrar resultados experimentais com teóricos na obtenção de um modelo aproximado de 4 GDL, na mesma estrutura que BOILEAU E RAKHEJA (1998). Obteve-se uma massa total maior (aproximadamente 87 kg), e valores diferentes de rigidez e amortecimento, mostrados na tabela 2.

Estes e outros modelos são criados para descrever aspectos cinemáticos do corpo humano, visando estudar os impactos da vibração na saúde, e diretrizes para otimizar conforto, bem-estar e saúde.

GDL	M (kg)	K (kN/m)	C (N.s/m)
1	7,66	24,59	500
2	33,36	267,3	4000
3	21,18	300	4000
4	25,05	700	600

Tabela 2 – Valores obtidos por ANFLOR (2003), para um modelo de 4 GDL. SALAH (2010) utilizou um modelo biodinâmico de 4 GDL acoplado a um assento e a um modelo de ¼ de veículo para otimizar parâmetros de suspensão visando reduzir o deslocamento e a aceleração ao qual o modelo biodinâmico é sujeito. Este modelo biodinâmico está presente na figura 7.

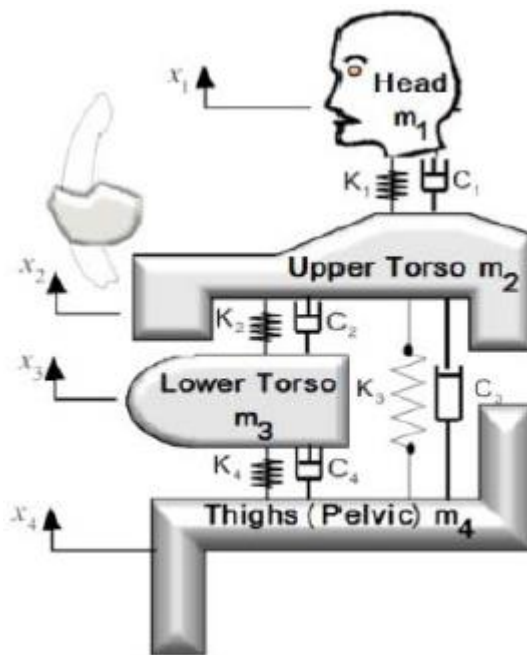


Figura 7 – Modelo biodinâmico de SALAH (2010)

2.4. CONCEITOS DE OTIMIZAÇÃO

Uma análise de otimização busca obter o melhor resultado sob determinadas circunstâncias e restrições (RAO,2009). É um tema central para qualquer assunto que envolva tomada de decisões, seja em engenharia ou em economia, assim como em várias áreas multidisciplinares (CHONG,2013).

Otimização é um campo bastante amplo, interdisciplinar, sendo usado inclusive em contextos fora da engenharia, como, por exemplo, na economia. Envolve desde questões simples milenares – como a questão de qual o caminho mais curto para se chegar a um determinado local – até questões contemporâneas complexas, como maximizar as entradas da renda de um estado, ou minimizar o peso de um determinado material de um edifício visando à redução de custos.

A escolha da “melhor solução” para um problema é feita com o objetivo de tomar a “melhor” decisão. O indicador do quão bom é uma determinada opção é descrita por uma função objetivo. Os métodos e a teoria de otimização trabalham para selecionar a melhor alternativa para uma dada função objetivo (CHONG,2013).

Otimização também pode ser definida como o processo para encontrar o mínimo ou o máximo valor de uma determinada função. Sem perda de generalização, otimização pode ser definida como o processo de encontrar somente o mínimo de uma função uma vez que o máximo de uma função corresponde ao mínimo do negativo da mesma função (RAO,2009).

A boa performance depende das técnicas empregadas e da definição do problema. Uma definição pobre do problema irá gerar uma solução igualmente pobre que pode acabar por não atender o escopo do problema ou até mesmo vir a violar algum requisito (ARORA,2004).

O problema de otimização pode ser irrestrito, estar sujeito a uma restrição ou estar sujeito a várias restrições. Na concepção do problema, as restrições não devem ser redundantes, e devem ser colocadas na forma mais objetiva possível.

Matematicamente, um problema de otimização trata-se de encontrar um determinado vetor X que minimize a função $f(X)$ sujeito a uma ou várias restrições de igualdade ou desigualdade (RAO,2009). Um problema de otimização também pode ter várias funções a serem maximizadas ou minimizadas. Neste caso, o problema é chamado de otimização multiobjectivo, já que existem várias funções objetivas a

serem maximizadas ou minimizadas. O vetor X pode ser reconhecido vetor das variáveis de projeto. Nele estão contidas as variáveis a serem dimensionadas, as decisões a serem tomadas.

Não existe atualmente um único método capaz de resolver todos os problemas de otimização de maneira eficaz. Vários métodos de otimização foram desenvolvidos para diferentes tipos de problemas. Os métodos de busca de um valor ótimo também são conhecidos como técnicas de programação matemática, ou simplesmente como programação matemática. Alternativamente, existem técnicas do tipo processo estocástico, que são usadas para avaliar variáveis aleatórias com distribuição de probabilidades conhecidas. Também existem métodos estatísticos, que analisam dados experimentais e cria modelos empíricos que representem a física do problema da maneira mais precisa possível (RAO, 2009).

As variáveis de uma função objetivo de uma otimização podem ser:

- Inteiras
- Contínuas
- Discretas

As técnicas de programação matemática empregadas dependem do tipo do problema. E uma das variações dos possíveis escopos trata da natureza das variáveis de função. A maioria das técnicas comumente se aplicam somente a variáveis contínuas e não funcionam quando as variáveis são discretas. Também, regiões em que a função diverge costuma impossibilitar o uso de vários algoritmos de otimização. Uma divergência ou descontinuidade pode fazer com que o algoritmo confunda a divergência com o máximo ou o mínimo da função, provando-se um algoritmo inadequado.

Outro aspecto que justifica o uso de múltiplas técnicas de programação matemática é a natureza das expressões matemáticas da função objetivo. De acordo com esta ótica, problemas de otimização podem ser classificados como lineares, não-lineares, geométricos ou quadráticos. Cada um destes tipos tem métodos específicos destinados a encontrar a solução de maneira mais eficiente e com menores custos de processamento computacional (RAO, 2009).

Outro aspecto importante é o número de funções objetivo a serem tratadas. Problemas com várias funções objetivo precisam de abordagens específicas.

A técnica de otimização a ser escolhida também depende do custo computacional, ou seja, o tempo em que o computador leva para chegar do projeto inicial proposto até o projeto que satisfaz os critérios de convergência. Um algoritmo pode acabar passando por um número excessivo de iterações, fazendo com que o computador realize o processo de otimização muitas vezes repetidamente, ou seja, o algoritmo é demasiadamente lento para convergir. Isso ocasiona em um maior custo computacional. Um algoritmo com excesso de operações numéricas pode fazer com que cada iteração leve tempo demais para ser processada. Dependendo dos algoritmos, podemos ter processos que levam semanas para serem processados, mostrando-se não muito viáveis.

O processo de otimização constitui-se basicamente em, primeiramente, identificar as variáveis de projeto, a função a ser minimizada, as restrições a serem satisfeitas, para, em segundo lugar, estimar um projeto inicial que satisfaz as restrições, para posteriormente criar critérios de convergência. Posteriormente, avaliar se o critério de convergência foi satisfeito, e, caso contrário, aplicar técnicas de otimização até que o critério de convergência seja cumprido. Este processo é colocado em um diagrama de blocos apresentado na Figura 8.

Segundo Castro (2001), a solução ótima encontrada pode ser:

- Global: Quando o valor encontrado é o mínimo ou máximo de toda a função.
- Local: Quando o valor encontrado é o mínimo de uma faixa da função.

Na maioria dos casos, deseja-se obter uma função ótima global, e não local. Mas a abordagem de encontrar um mínimo ou máximo local pode ajudar em casos onde a função possa ter uma descontinuidade.

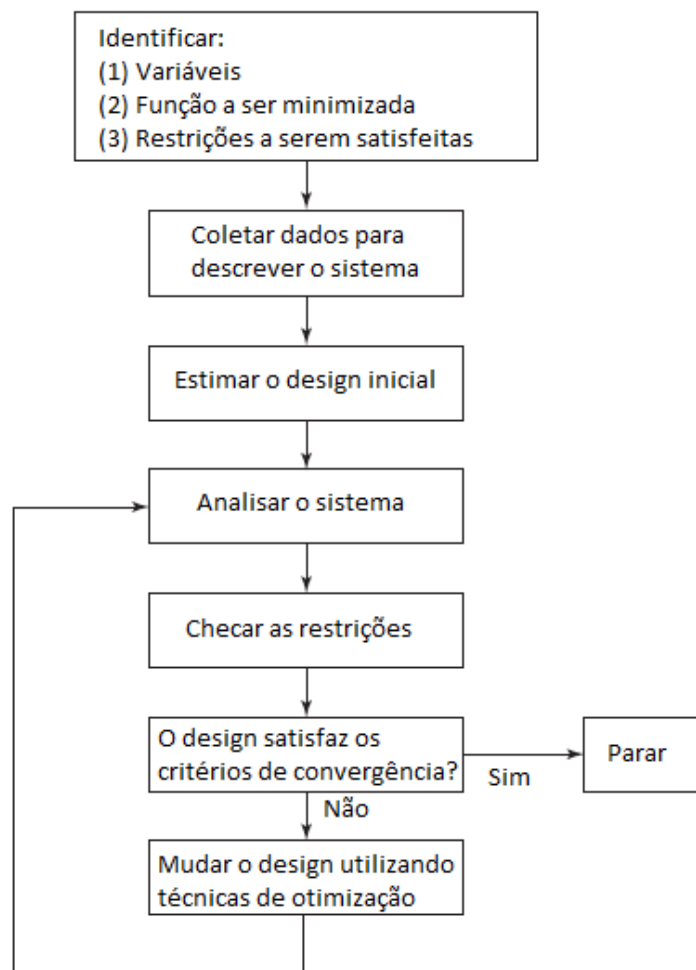


Figura 8 – Processo de design ótimo. Fonte: Arora, 2004, traduzido e adaptado.

2.4.1. MÉTODOS DE BUSCA DIRETA

Métodos de busca direta são métodos de otimização que não se utilizam de derivadas ou Hessianas ou informações acerca do gradiente de uma determinada função para poder minimiza-la, se utilizando diretamente dos valores da função na busca do melhor resultado possível.

Os algoritmos advindos deste método se utilizam de um conjunto de pontos iniciais, escolhidos aleatoriamente ou pelo próprio usuário. Estes pontos contêm valores das incógnitas da função. Através da análise dos melhores resultados obtidos a partir destes pontos iniciais, é criada uma estratégia para o próximo conjunto de tentativas de soluções. Estas tentativas também são comumente denominadas como movimentos exploratórios (JEEVES,1961).

Estes métodos são muito vantajosos para funções não-diferenciáveis, visto que os algoritmos não precisam de quaisquer informações relacionadas à derivação. Também são muito úteis para funções com descontinuidades, pois, ao se encontrar com uma, os algoritmos não irão parar e irão buscar regiões diferentes da função.

Algoritmos de busca direta são bastante úteis para a otimização de funções mais elaboradas e como alternativas quando outros métodos falham. Estes algoritmos também possuem uma maior praticidade de uso, uma vez que a sua abordagem é sempre a mesma independente da função, sem requerer, por exemplo, aproximações. Também podem ser intercalados com métodos tradicionais: Por exemplo, um método de busca direta pode procurar uma solução no sistema como um todo de uma função com descontinuidades, e depois utilizar um método de otimização com derivadas ou hessianas ou gradientes para realizar uma busca local restringindo a um intervalo que não haja descontinuidades (TORCZON,2000).

2.4.2. ALGORITMO GENÉTICO

Durante o século XIX, o naturalista Charles Darwin realizou uma grande expedição científica para observar a natureza. Durante esta expedição, Darwin realizou notas e observações detalhadas de animais. Com base nestas observações, Darwin cunhou a teoria da “seleção natural”, cuja principal premissa é a de que os seres vivos que sobrevivem são aqueles mais bem adaptados ao ambiente.

Durante este mesmo século, o monge Gregor Mendel estudou a hereditariedade das características de ervilhas, iniciando os estudos relacionadas a genética. Os genes guardam as características dos indivíduos que são herdadas por gerações posteriores, a depender da miscigenação e mutação dos genes.

O algoritmo genético combina estas duas teorias e aplica-as a otimização. Cada incógnita da função é armazenada de maneira binária para se constituir uma solução. Cada solução é considerada como um indivíduo, e cada indivíduo possui um valor na função objetivo. O conjunto de soluções forma

uma população. A partir desta população de soluções são selecionados os indivíduos mais bem adaptados, que no caso são aqueles que tem os menores valores na função objetivo. A partir destes indivíduos são realizadas operações de cruzamento e mutações para gerar uma nova geração. A geração seguinte então passa pelo mesmo processo e assim é realizado o ciclo de iterações. Vale ressaltar que os melhores indivíduos de uma geração anterior são copiados para a próxima para aumentar a velocidade de convergência do algoritmo.

É importante ressaltar alguns dos parâmetros mais importantes do algoritmo genético (SILVA,2001):

- Cromossomo: Uma determinada solução do problema constituída por um vetor com incógnitas, que também pode ser visto como um ponto dentro do espaço de possíveis soluções.
- Gene: A incógnita dentro do vetor do cromossomo.
- Indivíduo: O vetor de soluções (cromossomo), combinado com o seu respectivo valor na função objetivo (denominado aptidão).
- População: Conjunto de vários indivíduos.
- Geração: Nome dado a uma iteração do algoritmo.
- Espaço de busca: Região delimitada pelos limites mínimos e máximos de cada incógnita.
- Cruzamento e mutação: São dois métodos que criam a próxima iteração a partir da iteração anterior, se dirigindo a novos pontos dentro do espaço de busca. O cruzamento se trata da combinação de dois vetores (indivíduos) para a geração de uma nova solução, enquanto a mutação trata-se de mudanças aleatórias (mas sistematizadas) de um vetor para a geração de um novo vetor. O cruzamento e a mutação se constituem da parte exploratória do algoritmo genético. A figura 9 mostra um fluxograma do processo realizado pelo algoritmo genético.

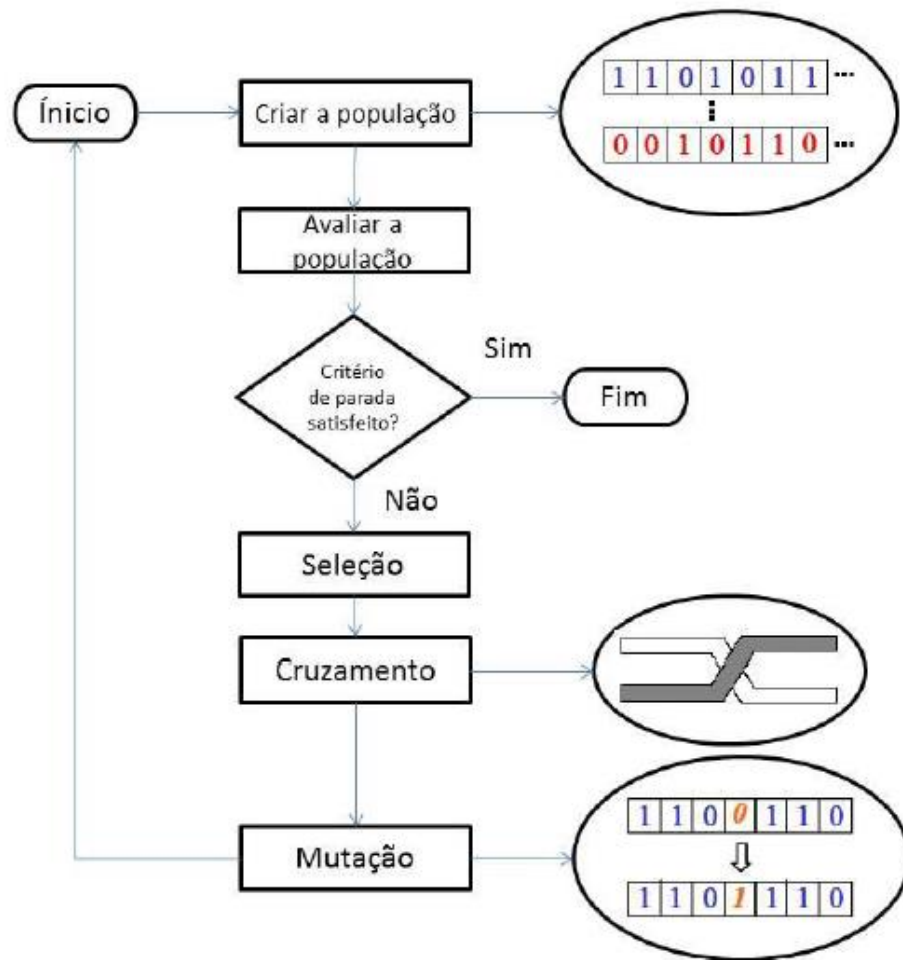


Figura 9 – Processo realizado pelo algoritmo genético. Retirado de FERREIRA (2016).

2.4.3. ENXAME DE PARTÍCULAS

O algoritmo de enxame de partículas nasceu do trabalho do Dr. Ebarhart e do Dr. Kennedy em 1995. Estes doutores estavam realizando uma simulação de software para modelar o comportamento de cardumes de peixes e bando de pássaros, e estudando o comportamento e o movimento deste conjunto de animais em função da disponibilidade de comida na região. Em um certo momento, eles perceberam que seus algoritmos podiam ser aplicados ao ramo da otimização.

A maneira de mais fácil compreensão deste algoritmo é se utilizar de uma analogia a um bando de passarinhos a procura de água em uma região montanhosa. As fontes de água a serem buscadas se localizam nos pontos

mais baixos da região, e, quanto mais baixo o terreno, maior a disponibilidade de água.

Primeiramente, vários pássaros são espalhados aleatoriamente. Cada pássaro, então, emite um som diretamente proporcional à altura do terreno: Quanto mais baixo o terreno, maior o som emitido. Pássaros que emitem um canto mais alto atraem outros pássaros do bando para a sua proximidade. As ondas sonoras se dispersam no ar, de maneira que, quanto mais distante um pássaro estiver do outro, menor será sua influência sobre este. Ou seja, os pássaros são fortemente influenciados pelos seus vizinhos e menos influenciados pelos mais distantes. Assim, o bando se guia de acordo com o som emitido pelos outros pássaros, que começam a se aglomerar ao redor das regiões de terreno mais baixo, que são as soluções locais, até que as fontes de água sejam encontradas. Por fim, são comparadas cada uma das fontes de água visando determinar qual delas é a que se localiza em terreno mais baixo e é a mais abundante.

Em termos matemáticos, a altura do terreno se trata da função objetivo a ser buscada, o mínimo global se trata da fonte de água mais baixa e a mais abundante buscada pelos pássaros e a posição de cada pássaro (que na verdade é referido como partícula) se trata de um vetor de incógnitas que possui um valor respectivo na função objetivo. Os parâmetros deste vetor se alteram a cada iteração. As alterações são baseadas no membro mais próximo do objetivo (chamado de Melhor Global) e nos membros da vizinhança. Os membros da vizinhança servem para impedir com que o algoritmo fique preso a um mínimo local da função, uma vez que o mínimo global é o objetivo.

Desta maneira, cada partícula (pássaro, na analogia) é composta por:

- 1) Um vetor de incógnitas representando uma possível solução (a localização do pássaro).
- 2) Um vetor de velocidade indicando a variação das incógnitas na próxima iteração. Este vetor é calculado de acordo com a vizinhança e com o Melhor Global (a direção em que o passarinho está voando baseada no som dos outros pássaros do bando).

3) Um segundo vetor de incógnitas da mesma dimensão que o primeiro que guarda o menor valor da função objetivo já encontrado pela partícula (a localização do ponto mais baixo encontrado pelo passarinho).

Uma ilustração mostrando a iteração inicial e uma iteração perto da convergência do processo é mostrado na figura 10. O fluxograma do processo utilizado pelo enxame de partículas está colocado na figura 11.

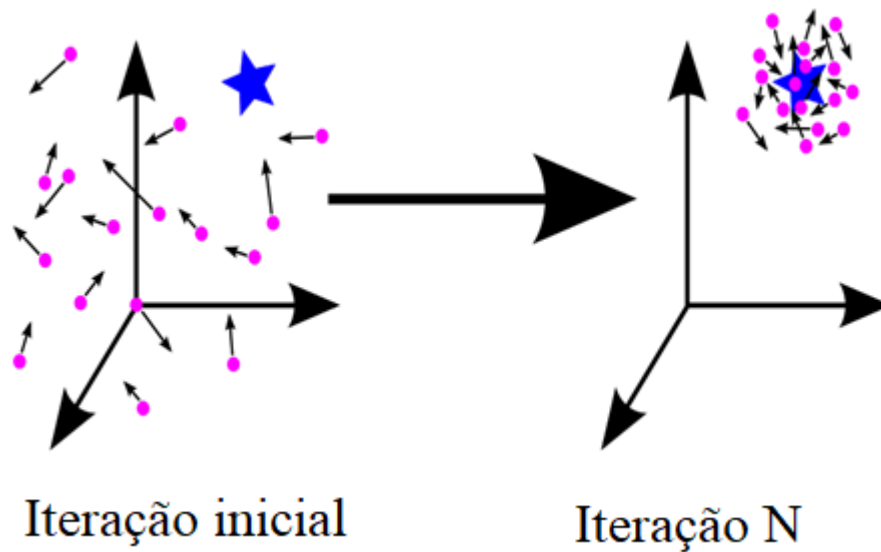


Figura 10 – A iteração inicial comparada com a iteração final do enxame de partículas com 3 variáveis. A estrela azul ilustra a região do mínimo global procurado.

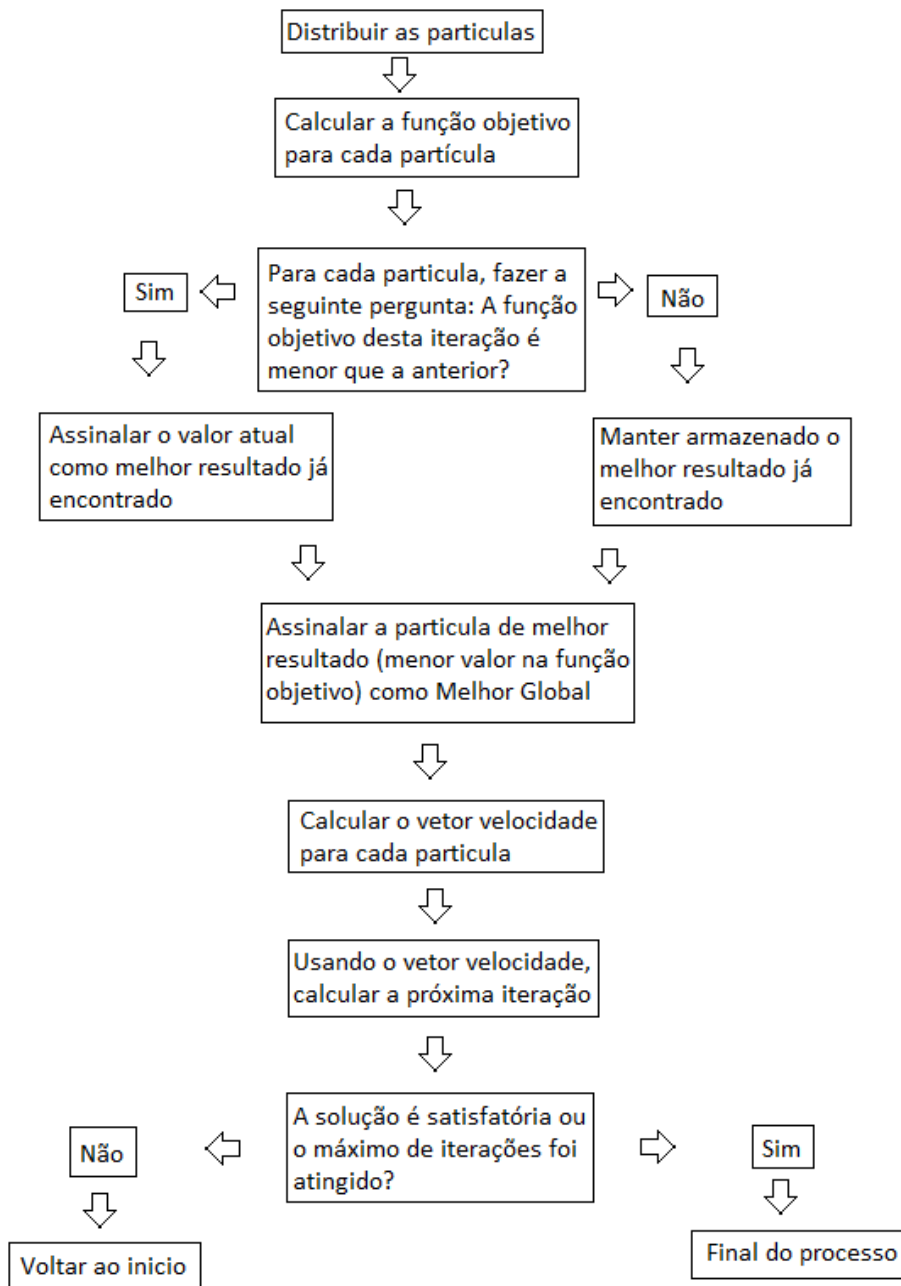


Figura 11 – Processo do algoritmo de enxame de partículas. Adaptado de mnemstudio.org.

2.5. ESTADO DA ARTE

Existem trabalhos na literatura acerca da análise de vibração para um veículo e sua posterior otimização. Alguns destes trabalhos visam reduzir a vibração do modelo biodinâmico, enquanto outros apenas reduzem a vibração do veículo propriamente dito.

PEREIRA (2013) realiza a otimização de um modelo com 8 GDL, retirado de SHIRAHATT (2008) e utiliza o veículo inteiro com um assento, sem o uso de um modelo biodinâmico, conforme figura 12. Foi utilizado um modelo de pista da classe E da norma ISO 8608.

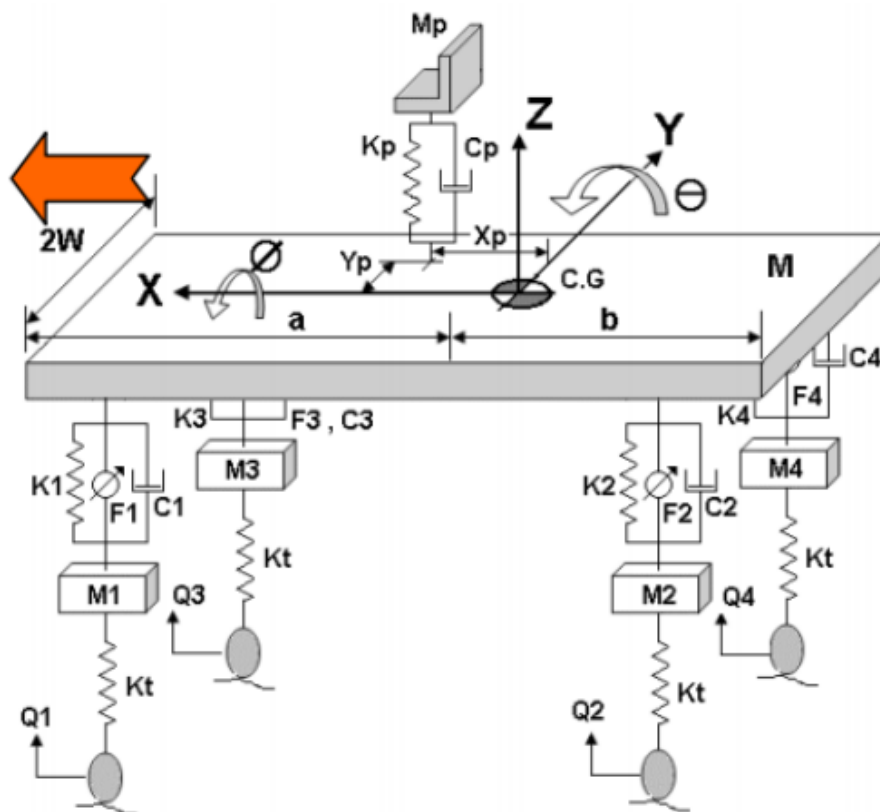


Figura 12 – Modelo de 8 GDL de SHIRAHATT (2008) utilizado em PEREIRA (2013)

PEREIRA (2013) utilizou um modelo de pista da classe E da norma ISO 8608.

Analisou-se uma suspensão ativa, ou seja, com parâmetros variáveis ao longo do tempo. O objetivo da otimização era melhorar o sistema de controle ativo. Sendo assim, as variáveis a eram os valores de rigidez e amortecimento das quatro suspensões, que poderiam ser todos diferentes.

Foi utilizado o algoritmo genético, pois o autor, baseado em outras literaturas, argumentou que o algoritmo genético era superior aos demais.

A utilização da suspensão ativa otimizada apresentou resultados excelentes, com a redução de 99% da aceleração em relação a um sistema passivo não otimizado.

CASAS (2015) utiliza um modelo de 9 GDL, sendo 4 GDL para o modelo biodinâmico e 5 GDL para o modelo do veículo, conforme figura 13.

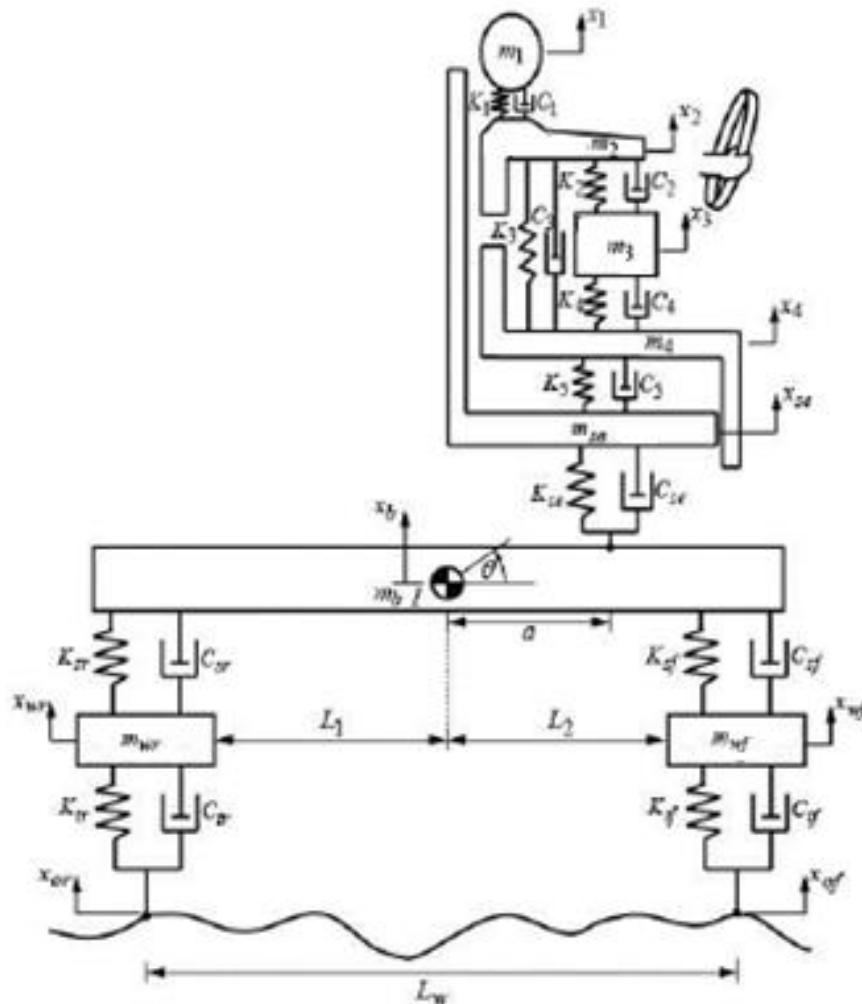


Figura 13 – Modelo de 9 GDL de CASAS (2015)

CASAS (2015) utilizou a pista classe G, um modelo mais ondulado em relação à PEREIRA (2013), e trabalhou na minimização das acelerações RMS da cabeça e do assento, em uma função multiobjetivo.

Foram utilizados os algoritmos de otimização espiral e programação sequencial quadrática. O algoritmo de otimização espiral demonstrou melhores resultados, levando a menores acelerações RMS.

DREHMER (2016) utiliza um modelo próprio de 12 graus de liberdade. 8 graus de liberdade são para o veículo, para um modelo de veículo inteiro, com massa suspensa e massa não-suspensa, conforme figura 14, 4 graus de liberdade são referentes ao modelo biodinâmico do motorista, conforme mostra a figura 15.

O autor utilizou um modelo aleatório de pista, baseado nas normas internacionais ISO 2631, ISO 8608 e BS 6841, normas baseadas em valores experimentais e numéricos. A classe de pista escolhida foi a “G”, por ser bastante irregular. O autor empregou densidades espectrais de potência (PSD) utilizando um modelo matemático de um campo gaussiano bidimensional isotrópico aleatório.

O projeto tratava-se de uma otimização multiobjectivo para minimizar as acelerações RMS nos 4 GDL do modelo biodinâmico, em diferentes velocidades variando de 20-100 km/h, sendo as variáveis a serem otimizadas:

- Amortecimento e rigidez do assento do motorista.
- Amortecimento e rigidez da suspensão dianteira.
- Amortecimento e rigidez da suspensão traseira.

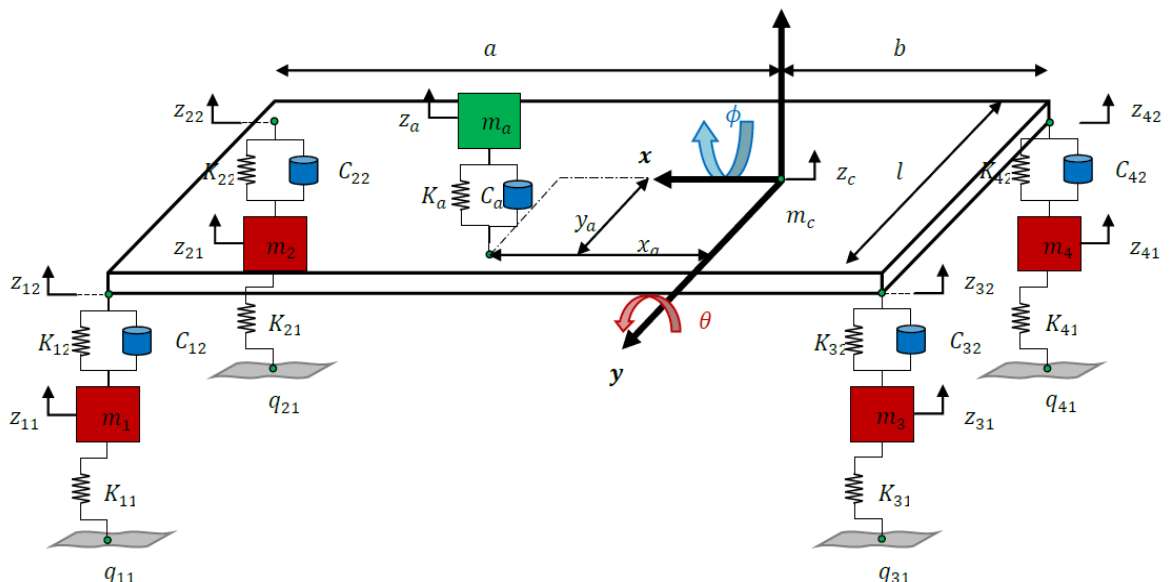


Figura 14 – Modelo de veículo com 8 GDL, com assento (representado na modelagem do cubo verde) de DREHMER (2016)

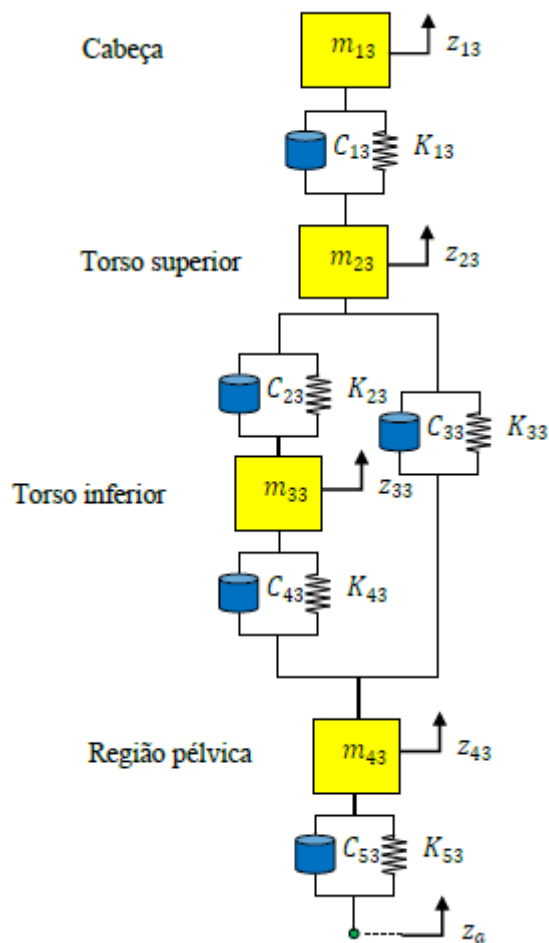


Figura 15 – Modelo biodinâmico com 4 GDL de DREHMER (2016)

Foram utilizados dois algoritmos de otimização – algoritmo de otimização espiral e o de enxame partículas. O algoritmo de otimização espiral demonstrou melhores resultados que o algoritmo de enxame de partículas, porém, apresentou uma convergência mais tardia, resultando em um maior custo computacional.

O modelo biodinâmico de CASAS (2015) é mais complexo em relação ao de DREHMER (2016), que utiliza somente ligações em série de cada GDL, enquanto o modelo de CASAS (2015) tem ligações em paralelo e em série. Porém, o modelo de CASAS (2015) possui um modelo de meio veículo, com 5 GDL, contra um veículo completo na otimização de DEHMER (2016), com 8 GDL.

3 MODELAGEM MATEMÁTICA

Neste capítulo apresenta-se a modelagem matemática do problema. Para a avaliação da dinâmica vertical do veículo será usado um modelo de $\frac{1}{4}$ de veículo, como o proposto por GILLESPIE (1992). Em série com este modelo, imediatamente acima, está conectado o modelo biodinâmico.

3.1 MODELO COM 3 GRAUS DE LIBERDADE NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

Neste modelo utiliza-se o modelo biodinâmico de 1 GDL proposto por COERMANN (1962). Acoplando-se o mesmo ao modelo de $\frac{1}{4}$ de veículo tem-se um modelo de 3 GDL, sendo 2 GDL para o modelo de dinâmica vertical do veículo e 1 GDL para o modelo biodinâmico, conforme mostrado na figura 16.

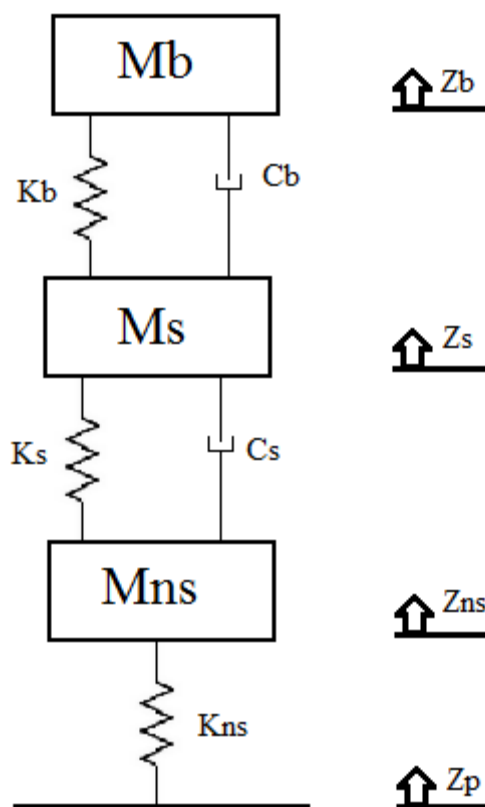


Figura 16 – Modelo de 3 GDL.

Mns: massa não-suspensa.

Ms: Massa suspensa do veículo.

Mb: Massa do modelo biodinâmico de Coermann

Kns: Rigidez da massa não-suspensa.

Ks: Rigidez da massa suspensa.

Kb: Rigidez do modelo biodinâmico de Coermann

Cs: Amortecimento da massa suspensa

Cb: Amortecimento do modelo biodinâmico de Coermann

Conforme RAO (2009), a equação de movimento para um sistema com n GDL pode ser escrita como:

$$(I) \quad [\vec{F}] = [m]\ddot{\vec{x}} + [c]\dot{\vec{x}} + [k]\vec{x}$$

Onde o vetor F se trata da força a ser modelada, [m] se trata da matriz de massa, [c] se trata da matriz de amortecimento, [k] se trata da matriz de rigidez, o vetor x se trata do deslocamento, $\dot{\vec{x}}$ se trata da velocidade e $\ddot{\vec{x}}$ trata-se da aceleração.

As variáveis do projeto são: Cs e Ks, que se referem aos parâmetros de rigidez e amortecimento da suspensão. Os dados são: Mb, Cb e Kh (modelo biodinâmico de Coermann). Dependem do veículo em questão: Mns, Ms, Ks, Kns e Cs.

Para um equacionamento da resposta do sistema de 3 GDL, é preciso, primeiro, determinar as matrizes relativas à massa, rigidez e amortecimento do sistema.

A matriz de massa [m] é dada por:

$$\begin{bmatrix} Mns & 0 & 0 \\ 0 & Ms & 0 \\ 0 & 0 & Mb \end{bmatrix}$$

A matriz de rigidez [k] é dada por:

$$\begin{bmatrix} Kns + Ks & -Ks & 0 \\ -Ks & Ks + Kb & -Kb \\ 0 & -Kb & Kb \end{bmatrix}$$

A matriz de amortecimento [c] é dado por:

$$\begin{bmatrix} Cs & -Cs & 0 \\ -Cs & Cs + Cb & -Cb \\ 0 & -Cb & Cb \end{bmatrix}$$

Substituindo uma excitação harmônica como força na equação (I), temos:

$$(II) \quad E_0 e^{i\omega t} = [m]\ddot{\vec{x}} + [c]\dot{\vec{x}} + [k]\vec{x}$$

De acordo com ROEHL (1988), a solução permanente desta equação é da forma:

$$(III) \quad x(t) = E_0 H(\omega) e^{i\omega t}$$

Onde $H(\omega)$ é a função de transferência, que se trata da relação entre a entrada (excitação) e saída (resposta). A substituição da equação (III) na equação (II) fornece a matriz de transferência:

$$(IV) \quad [H(\omega)] = (\omega^2[m] + i\omega[c] + [k])^{-1}$$

Para a representação da resposta do ocupante (Z_b), retira-se o modulo de $[H(3,1)]$ da matriz de função de transferência. Este membro indicará a resposta do sistema em Z_b (resposta do modelo biodinâmico). Se as amplitudes desta função forem reduzidas, as respostas de aceleração, velocidade e deslocamento para o modelo biodinâmico também serão reduzidas. Deste modo, é realizado um estudo paramétrico se variando os fatores de rigidez e amortecimento da suspensão.

3.2 MODELO COM 6 GRAUS DE LIBERDADE NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

Conecta-se modelo de $\frac{1}{4}$ de veículo um modelo biodinâmico de 4 GDL como mostrado na figura 17. Este modelo também pode ser usado de maneira análoga para um modelo de 1 GDL de Assento com um modelo biodinâmico de 3 GDL.

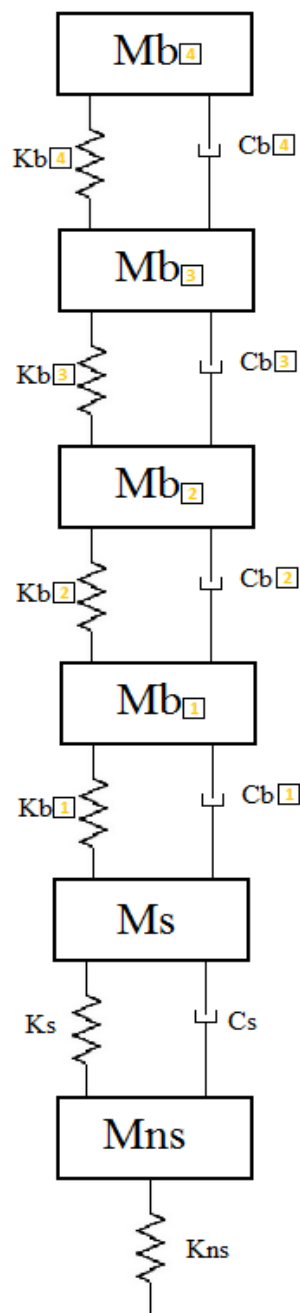


Figura 17 – Modelo de 6 GDL, com 2 GDL do modelo de $\frac{1}{4}$ de veículo e 4 GDL do modelo biodinâmico.

M_{ns} : massa não-suspensa.

M_s : Massa suspensa do veículo.

M_b (1-4): Massas do modelo biodinâmico

K_{ns} : Rigidez da massa não-suspensa.

K_s : Rigidez da massa suspensa.

K_b (1-4): Coeficientes de rigidez do modelo biodinâmico

C_s : Amortecimento da massa suspensa

C_b (1-4): Coeficientes de amortecimento do modelo biodinâmico

A equação de movimento segue como a equação (I). A diferença para este novo modelo está na ordem vetor força, da matriz de massa $[m]$, da matriz de amortecimento $[c]$ e da matriz de rigidez $[k]$.

As variáveis de projeto continuam sendo os parâmetros da suspensão C_s e K_s . Uma vez que o modelo de veículo não foi alterado, M_{ns} , M_s , K_{ns} , K_s e C_s são parâmetros do veículo em questão. Já o modelo biodinâmico é alterado, de forma que, ao invés de M_b , K_b e C_b , temos M_b (1-4), K_b (1-4) e C_b (1-4), que correspondem á 4 massas, 4 coeficientes de rigidez e 4 coeficientes de amortecimento.

A matriz de massa $[m]$ é explicita por:

$$\begin{bmatrix} M_{ns} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_{b1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & M_{b2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M_{b3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_{b4} \end{bmatrix}$$

A matriz de rigidez $[k]$ é dada por:

$$\begin{bmatrix} K_{ns} + K_s & -K_s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -K_s & K_s + K_{b1} & -K_{b1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -K_{b1} & K_{b1} + K_{b2} & -K_{b2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -K_{b2} & K_{b2} + K_{b3} & -K_{b3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -K_{b3} & K_{b3} + K_{b4} & -K_{b4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -K_{b4} & K_{b4} \end{bmatrix}$$

A matriz dos coeficientes de amortecimento é explicita por:

$$\begin{bmatrix} C_s & -C_s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -C_s & C_s + C_{b1} & -C_{b1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -C_{b1} & C_{b1} + C_{b2} & -C_{b2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -C_{b2} & C_{b2} + C_{b3} & -C_{b3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -C_{b3} & C_{b3} + C_{b4} & -C_{b4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -C_{b4} & C_{b4} \end{bmatrix}$$

A equação (IV) continua válida, porém para matrizes de ordem diferente.

Neste caso, o modulo de $H(3,1)$ representará a resposta na primeira parte do modelo biodinâmico (ou do assento no caso de haver um), enquanto $H(4,1)$ representará a segunda parte, e assim sucessivamente até $H(6,1)$, que irá representar a resposta da última parte do modelo biodinâmico.

3.3 MODELO COM 7 GRAUS DE LIBERDADE NO DOMINIO DO TEMPO

Conecta-se modelo de $\frac{1}{4}$ de veículo a um assento. Acoplado ao último está um modelo biodinâmico de 4 GDL como mostrado na figura 18. Este modelo é advindo de SALAH (2010).

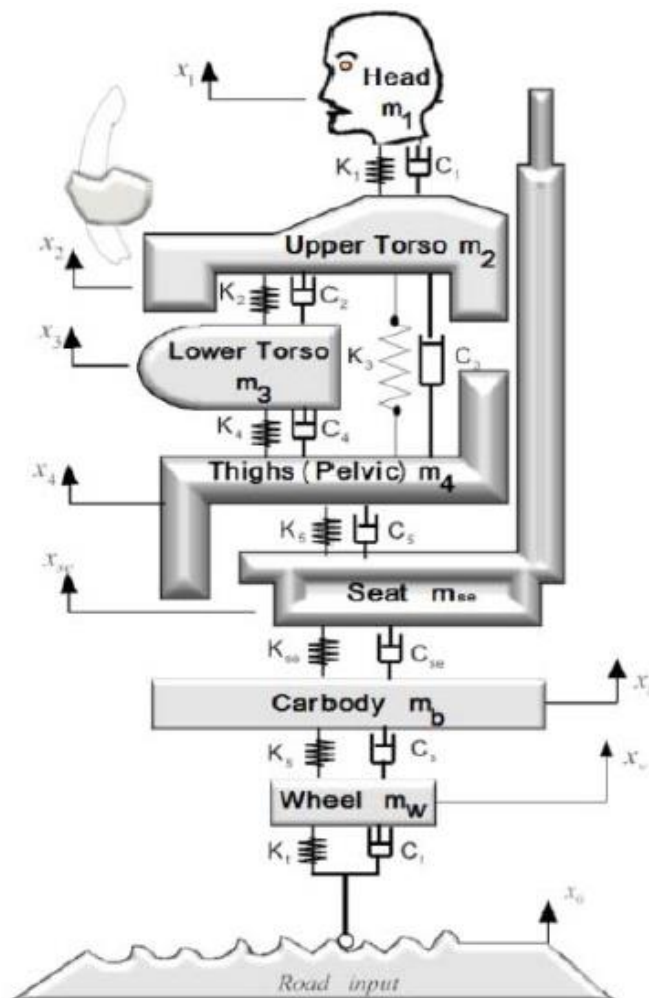


Figura 18 – Modelo de 6 GDL de SALAH (2010), com 2 GDL do modelo de $\frac{1}{4}$ de veículo, 1 GDL do assento e 4 GDL do modelo biodinâmico.

Mw: massa não-suspensa.

Mb: Massa suspensa do veículo.

M(1-4): Massas do modelo biodinâmico

Kt: Rigidez da massa não-suspensa.

Ks: Rigidez da massa suspensa.

K (1-5): Coeficientes de rigidez do modelo biodinâmico

Cs: Amortecimento da massa suspensa

Ct: Amortecimento da massa não-suspensa

C(1-4): Coeficientes de amortecimento do modelo biodinâmico

A tabela 3 mostra os valores dos parâmetros para este modelo.

Massa (kg)	Coeficiente de amortecimento (N.s/m)	Constante de rigidez (N/m)
$m_1 = 4,17$	$C_1 = 310$	$k_1 = 166990$
$m_2 = 15$	$C_2 = 200$	$k_2 = 10000$
$m_3 = 5,5$	$C_3 = 909$	$k_3 = 144000$
$m_4 = 36$	$C_4 = 330$	$k_4 = 20000$
-	$C_5 = 2475$	$k_5 = 49340$
$m_{se} = 35$	$C_{se} = 150$	$k_{se} = 15000$
$m_b = 250$	$C_s = 980$	$k_s = 16000$
$m_w = 35$	$C_t = 0$	$k_t = 160000$

Tabela 3 – Parâmetros do modelo de 7 GDL, adaptado de SALAH (2010)

A matriz de massa [m] deste modelo é explicita por:

$$\begin{bmatrix} M1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & M4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Mse & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Mb & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Mw \end{bmatrix}$$

A matriz de rigidez [k] é dada por:

$$\begin{bmatrix} -K1 & K1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ K1 & -(K1 + K2 + K3) & K2 & K3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K2 & -(K2 + K4) & K4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K4 & -(K3 + K4 + K5) & K5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K5 & -(K5 + Kse) & Kse & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Kse & -(Kse + Ks) & Ks \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Ks & -(Ks + Kt) \end{bmatrix}$$

A matriz dos coeficientes de amortecimento é explicita por:

$$\begin{bmatrix} -C1 & C1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ C1 & -(C1 + C2 + C3) & C2 & C3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C2 & -(C2 + C4) & C4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C4 & -(C3 + C4 + C5) & C5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C5 & -(C5 + Cse) & Cse & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Cse & -(Cse + Cs) & Cs \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Cs & -(Cs + Ct) \end{bmatrix}$$

Para o equacionamento no domínio do tempo utiliza-se a modelagem da análise no espaço de estados para modelagem de sistemas dinâmicos. Nesta modelagem, são consideradas as variáveis de entrada, variáveis de saída e variáveis de estado (OGATA,1998). As equações de estado são dadas por:

$$(V) \quad \dot{Z} = Az + Bu$$

$$(VI) \quad Y = Cz + Du$$

Onde:

A= Matriz de estado

B= Matriz de entrada

C= Matriz de saída

D= Matriz de transmissão

z= Vetor de estado

u= Vetor de entrada

\dot{Z} = Derivada de z

Y= Vetor de saída

A adaptação deste modelo para um modelo de suspensão automotiva sujeito á um perfil de pista sob variação temporal para fins de simulação inclui usar a equação de movimento no mesmo formato do modelo. Assim a equação de movimento é dada novamente pela equação (I):

$$(I) \quad [\vec{F}] = [m]\ddot{\vec{x}} + [c]\dot{\vec{x}} + [k]\vec{x}$$

Que adquire a seguinte forma ao ser combinada com (V):

$$(VII) \quad \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} + B[u]$$

Onde:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1} \end{bmatrix}$$

4 EXEMPLOS NÚMERICOS

No presente trabalho utilizou-se do software computacional MATLAB® e a partir da modelagem matemática descrita anteriormente obteve-se as funções de transferência referentes ao modelo biodinâmico. Os gráficos mostrados neste capítulo referem-se a modelos biodinâmico de um e vários graus de liberdade.

Foi realizado um estudo paramétrico com relação a rigidez e amortecimento da suspensão, visando analisar a função de transferência do sistema.

4.1 VALIDAÇÃO DOS RESULTADOS

CARNEIRO (2004) realizou um estudo de controle estrutural em edifícios utilizando amortecedor de massa múltiplo. Para esta análise, a autora desenvolveu vários modelos de edifícios, dentre eles um modelo com 2 GDL, representando a estrutura principal e um amortecedor de massa sintonizado.

Os valores de CARNEIRO (2004) foram colocados no código do software computacional MATLAB® do presente trabalho, para a comparação de valores. A figura 19 mostra o gráfico obtido por CARNEIRO (2004), ao passo que a figura 20 mostra o resultado obtido no presente trabalho.

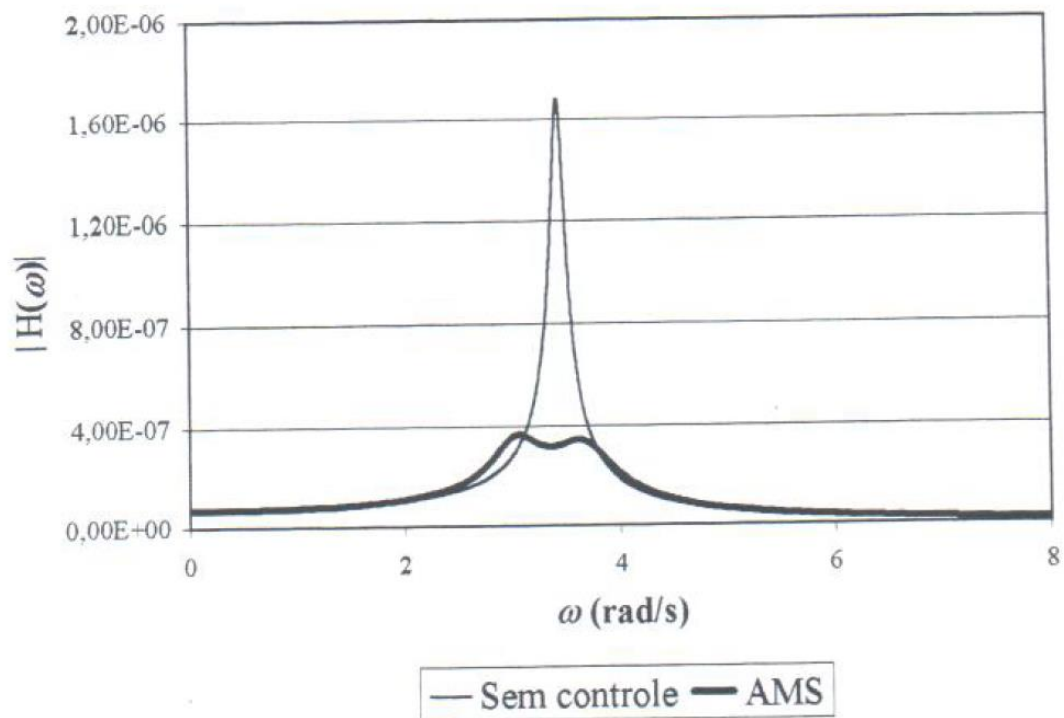


Figura 19 – Função de transferência para modelo de dois graus de liberdade CARNEIRO(2004).

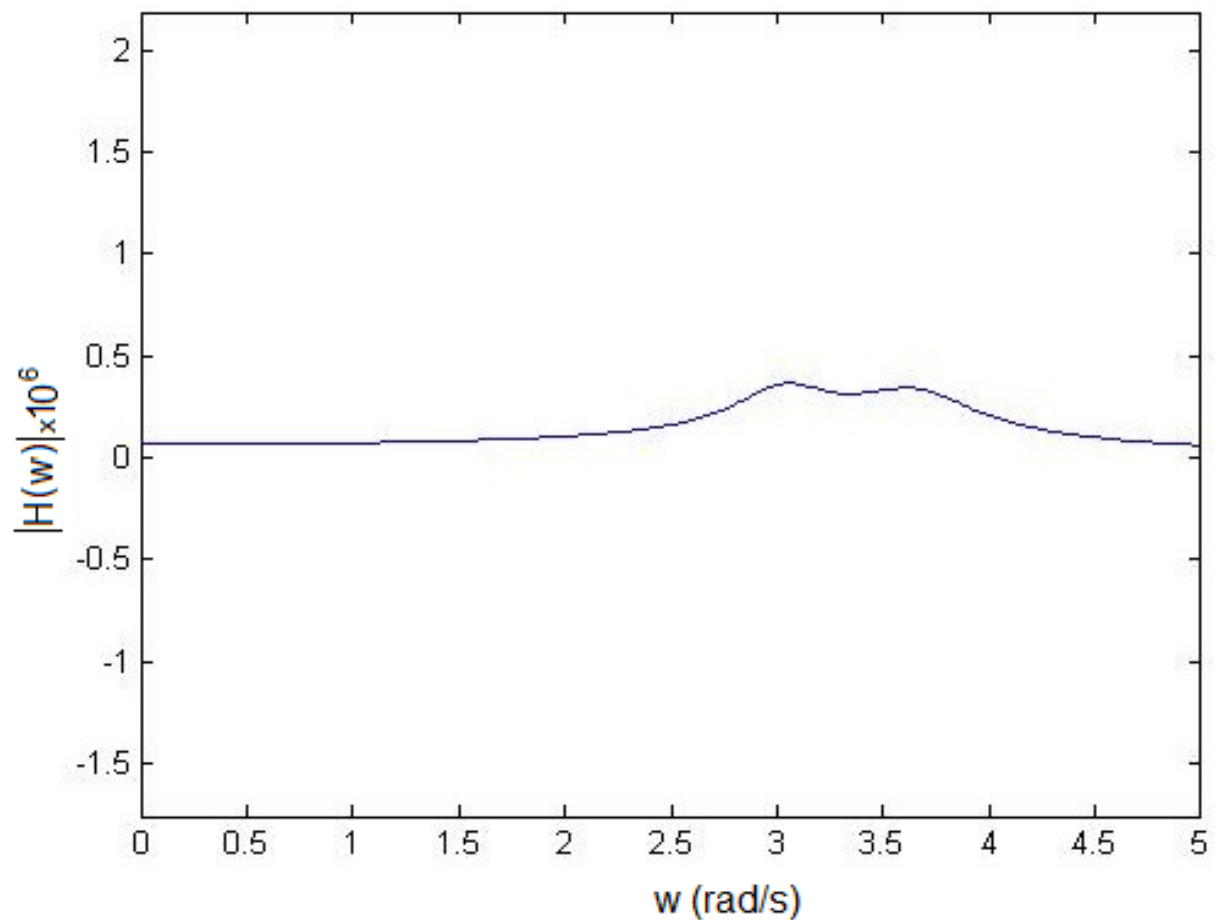


Figura 20 – Função de transferência para o modelo de dois graus de liberdade de CARNEIRO (2004) obtido no presente trabalho.

Ao comparar as duas curvas, nota-se boa concordância entre os dois resultados, validando assim o código implementado em MATLAB® para obtenção da função de transferência no presente trabalho.

Quanto a resposta RMS no domínio do tempo, SALAH (2010) realizou um estudo de otimização de suspensões para modelo de um quarto de veículo com um modelo biodinâmico de 4 GDL e um assento acoplados, conforme mostrado na figura 21. Foi utilizado o Algoritmo Genético para realização da otimização.

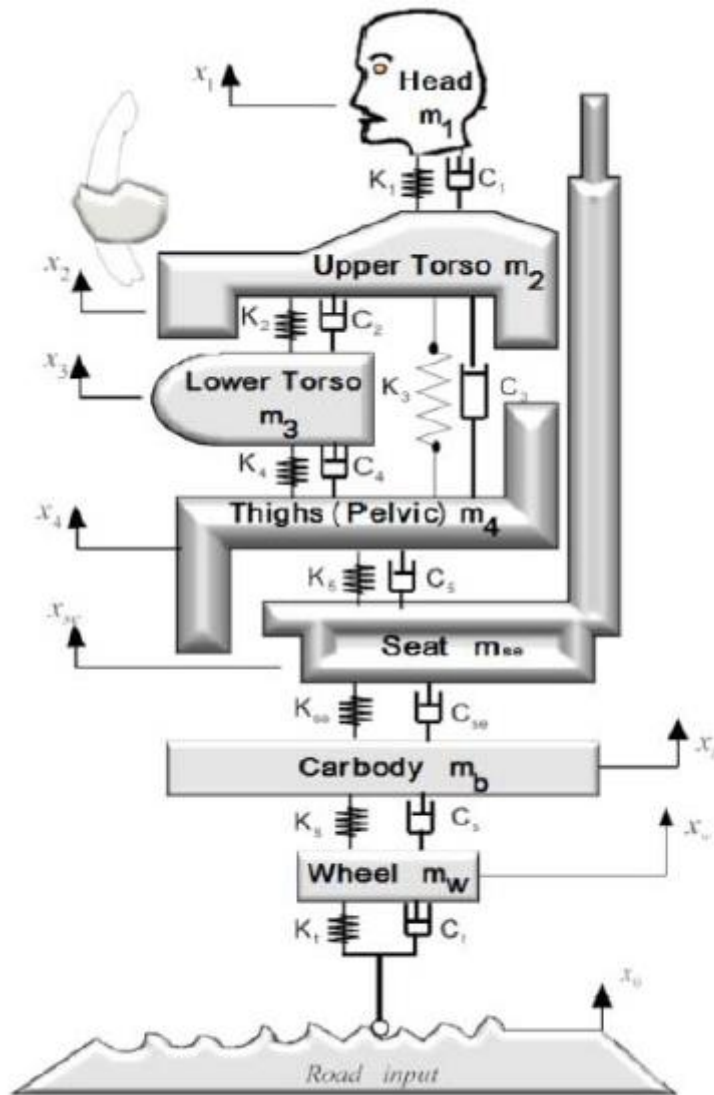


Figura 21 – Modelo de 1/4 de veículo com assento e modelos biodinâmico acoplados (SALAH,2010)

Os valores usados por SALAH (2010) para o sistema inicial não-otimizado (referidos como “passivo” pelo autor) foram inseridos no código MATLAB® com o mesmo modelo de 7 GDL. As figuras 22, 24, 26 e 28 mostram o gráfico do deslocamento de cada uma das partes do modelo biodinâmico no domínio do tempo sob excitação harmônica obtidos pelo autor. As figuras 23, 25 e 27 mostram os mesmos gráficos obtidos no presente trabalho. Verifica-se consistência dos resultados, validando o código MATLAB® desenvolvido.

O mesmo se procede para o assento (figura 30 no modelo SALAH (2010) e 31 no presente trabalho) e a massa suspensa (figura 32 no modelo SALAH

(2010) e 33 no presente trabalho). Novamente se observa coerência dos resultados.

O modelo de 7 GDL, apresentado na figura 21, é composto pelo acoplamento de:

- Modelo de $\frac{1}{4}$ de veículo (massa não suspensa e massa suspensa)
- Modelo de assento de 1 GDL
- Modelo biodinâmico retirado de SALAH (2010) de 4 GDL

Os valores dos parâmetros são aqueles sugeridos por SALAH (2010). Os valores correspondentes são apresentados na tabela 4.

GDL	Massa (kg)	Rigidez (kN/m)	Amortecimento (Ns/m)
Massa não suspensa	35	160	0
Massa suspensa	250	16	980
Assento	35	15	150
Mola/Amortecedor 5	--	49	2475
Região Pélvica	36	20	330
Barriga	5,5	144	909
Ombros	15	10	200
Cabeça	4,17	167	310

Tabela 4 – Parâmetros do modelo biodinâmico e do modelo de $\frac{1}{4}$ de veículo.

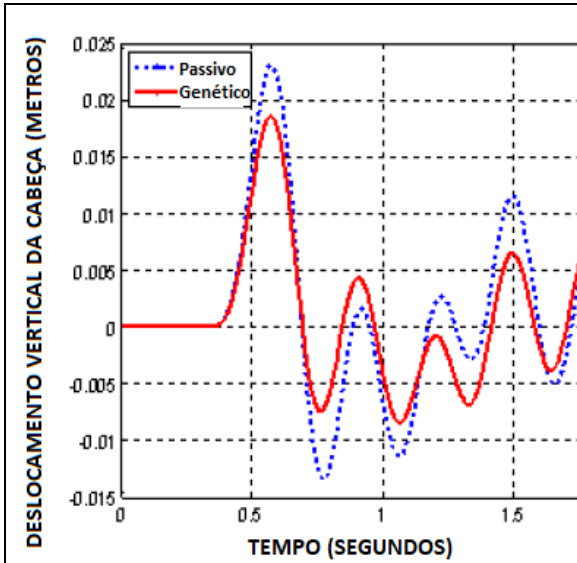


Figura 22 – Deslocamento vertical da cabeça, em metros, relativo ao tempo, para excitação harmônica, obtida por SALAH (2010).

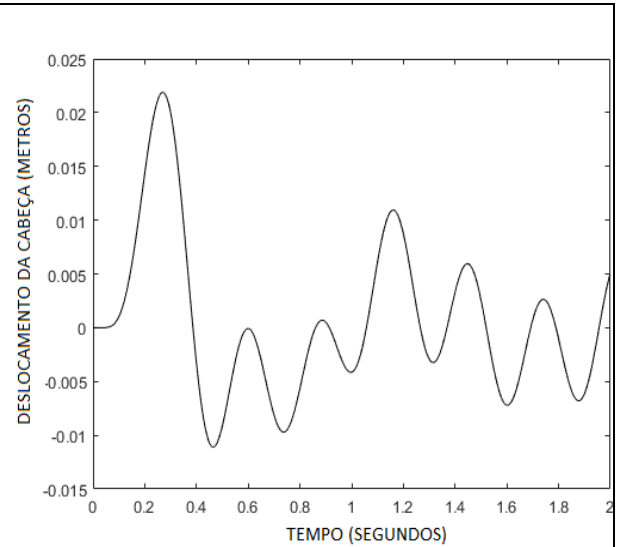


Figura 23 – Deslocamento vertical da cabeça, em metros, relativo ao tempo, para excitação harmônica.

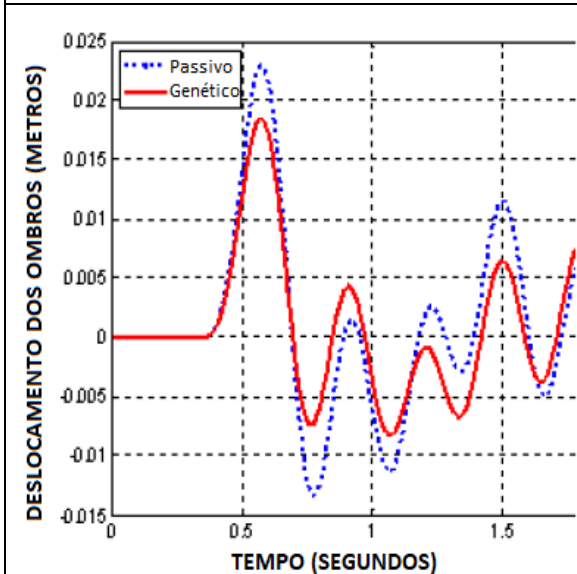


Figura 24 – Deslocamento vertical do ombro, em metros, relativo ao tempo, para excitação harmônica, obtida por SALAH (2010).

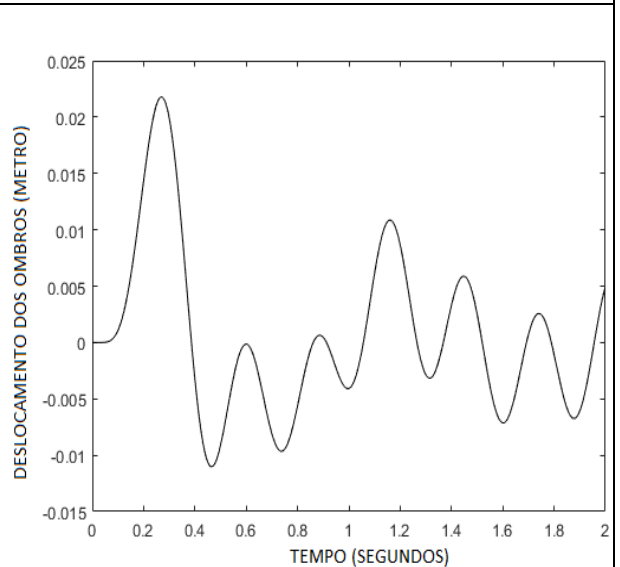


Figura 25 – Deslocamento vertical do ombro, em metros, relativo ao tempo, para excitação harmônica.

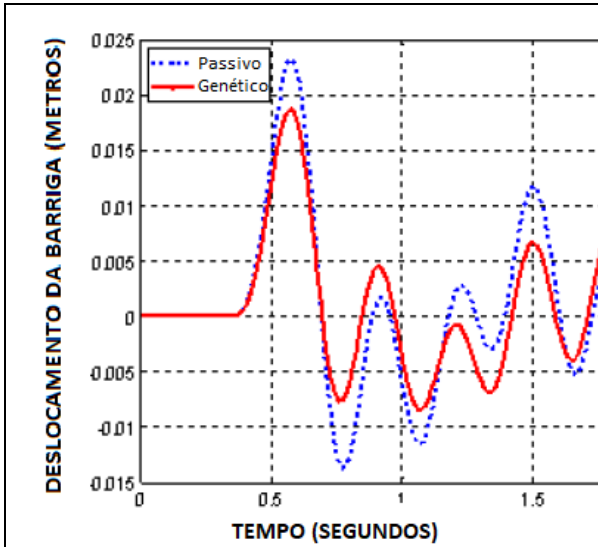


Figura 26 – Deslocamento vertical da barriga, em metros, relativo ao tempo, para excitação harmônica, obtida por SALAH (2010).

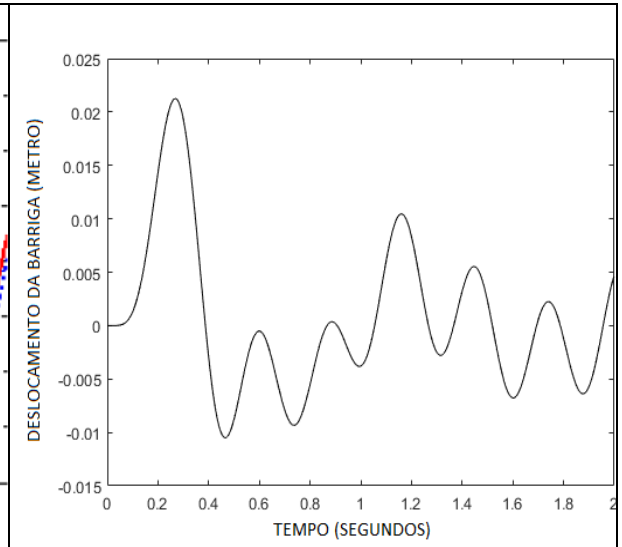


Figura 27 – Deslocamento vertical da barriga, em metros, relativo ao tempo, para excitação harmônica.

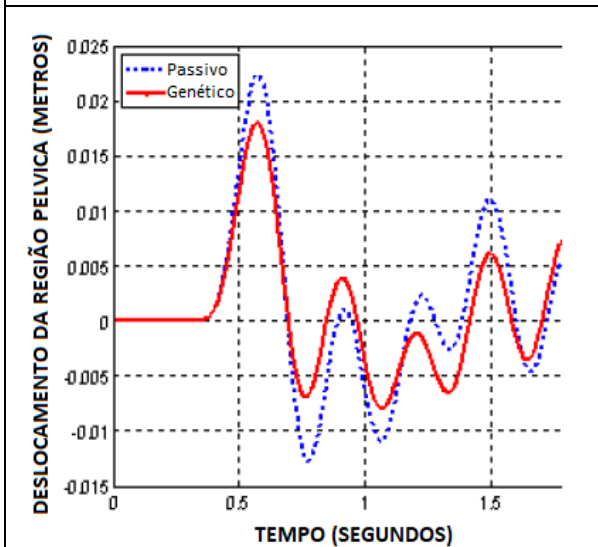


Figura 28 – Deslocamento vertical da região pélvica, em metros, relativo ao tempo, para excitação harmônica, obtida por SALAH (2010).

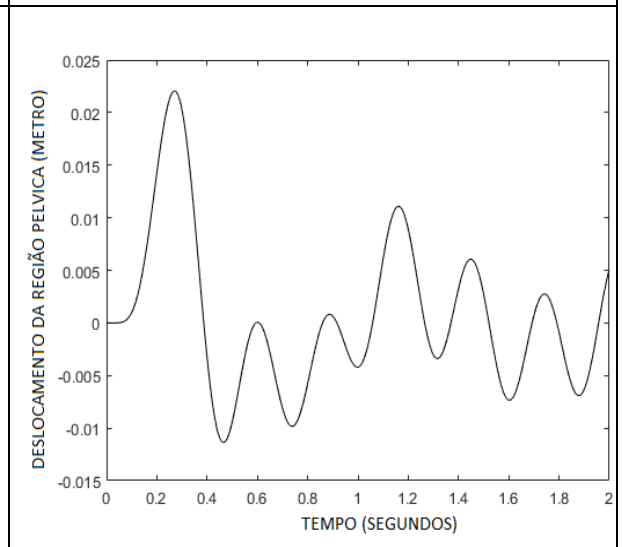


Figura 29 – Deslocamento vertical da região pélvica, em metros, relativo ao tempo, para excitação harmônica.

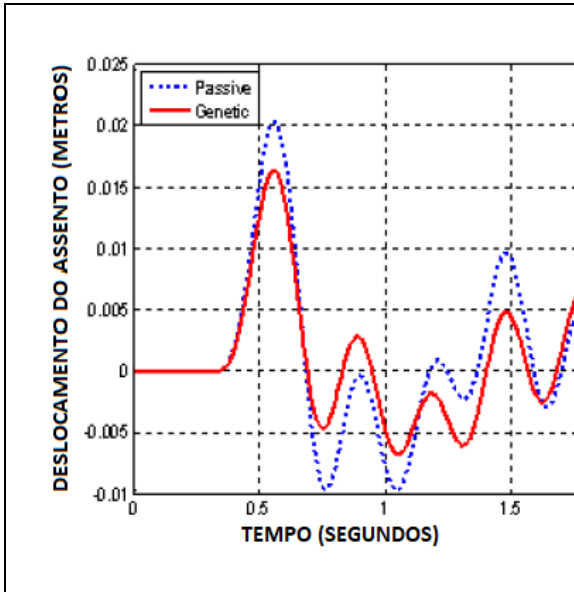


Figura 30 – Deslocamento vertical do assento, em metros, relativo ao tempo, para excitação harmônica, obtida por SALAH (2010).

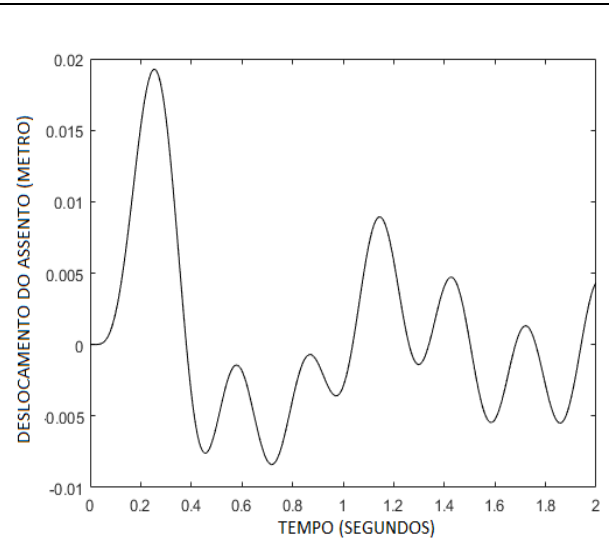


Figura 31 – Deslocamento vertical do assento, em metros, relativo ao tempo, para excitação harmônica.

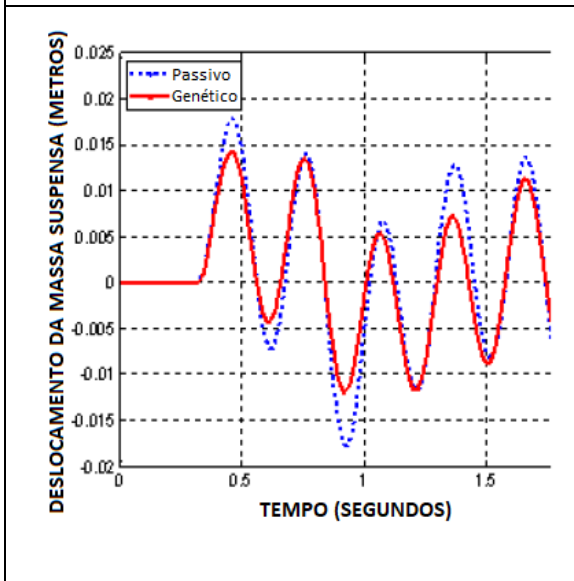


Figura 32 – Deslocamento vertical da massa suspensa, em metros, relativo ao tempo, para excitação harmônica, obtida por SALAH (2010).

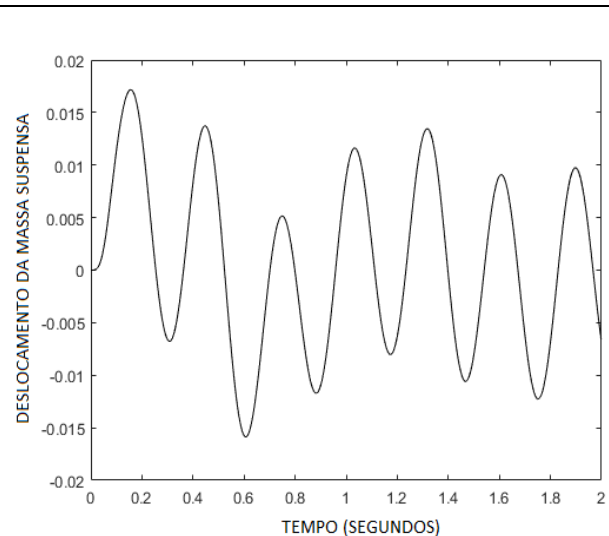


Figura 33 – Deslocamento vertical da massa suspensa, em metros, relativo ao tempo, para excitação harmônica.

4.2. ESTUDO PARAMÉTRICO

Nesta seção será realizado o estudo paramétrico variando os fatores de amortecimento e rigidez.

4.2.1. MODELO BIODINÂMICO DE COERMANN

O modelo de 3 GDL, apresentado na figura 34, é composto pelo acoplamento de:

- Modelo de $\frac{1}{4}$ de veículo (massa não suspensa e massa suspensa)
- Modelo biodinâmico de Coermann de um grau de liberdade

Para a massa não suspensa, não há amortecimento (GILLESPIE,1992), havendo apenas uma massa e uma rigidez. Os valores dos parâmetros são aqueles sugeridos por GILLESPIE (1992). A massa suspensa está modelada como uma massa, com amortecimento e rigidez. A massa foi retirada de GILLESPIE (1992), enquanto os valores de rigidez e amortecimento foram retirados do estudo de otimização de FERREIRA (2016). Os valores correspondentes são apresentados na tabela 5, juntamente com os valores dos parâmetros biodinâmicos de COERMANN (1962).

GDL	Massa (kg)	Rigidez (kN/m)	Amortecimento (Ns/m)
Massa não suspensa	35	160	0
Massa suspensa	240	9,5	1,5
Modelo Biodinâmico	83,72	131,18	3780

Tabela 5 – Parâmetros do modelo biodinâmico e do modelo de $\frac{1}{4}$ de veículo.

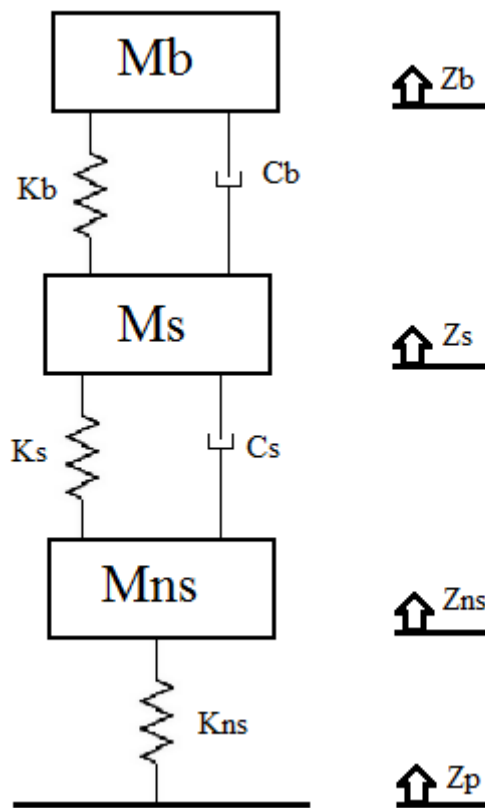


Figura 34 – Modelo biodinâmico de 3 GDL, contendo, de baixo para cima, a Massa não suspensa, a massa suspensa e o modelo biodinâmico de Coermann.

Os parâmetros mostrados na figura 17 referem-se a:

Mns: massa não-suspensa.

Ms: Massa suspensa do veículo.

Mb: Massa do modelo biodinâmico de Coermann

Kns: Rigidez da massa não-suspensa.

Ks: Rigidez da massa suspensa.

Kb: Rigidez do modelo biodinâmico de Coermann

Cs: Amortecimento da massa suspensa

Cb: Amortecimento do modelo biodinâmico de Coermann

A tabela 6 mostra as três frequências naturais sistema.

Frequências naturais (rad/s)
5,3
46,1
68,6

Tabela 6 – Frequências naturais do modelo de 3 GDL

A função de transferência da massa do modelo biodinâmico relativa a uma perturbação advinda do perfil do solo encontra-se na figura 35. Observa-se apenas um pico de ressonância.

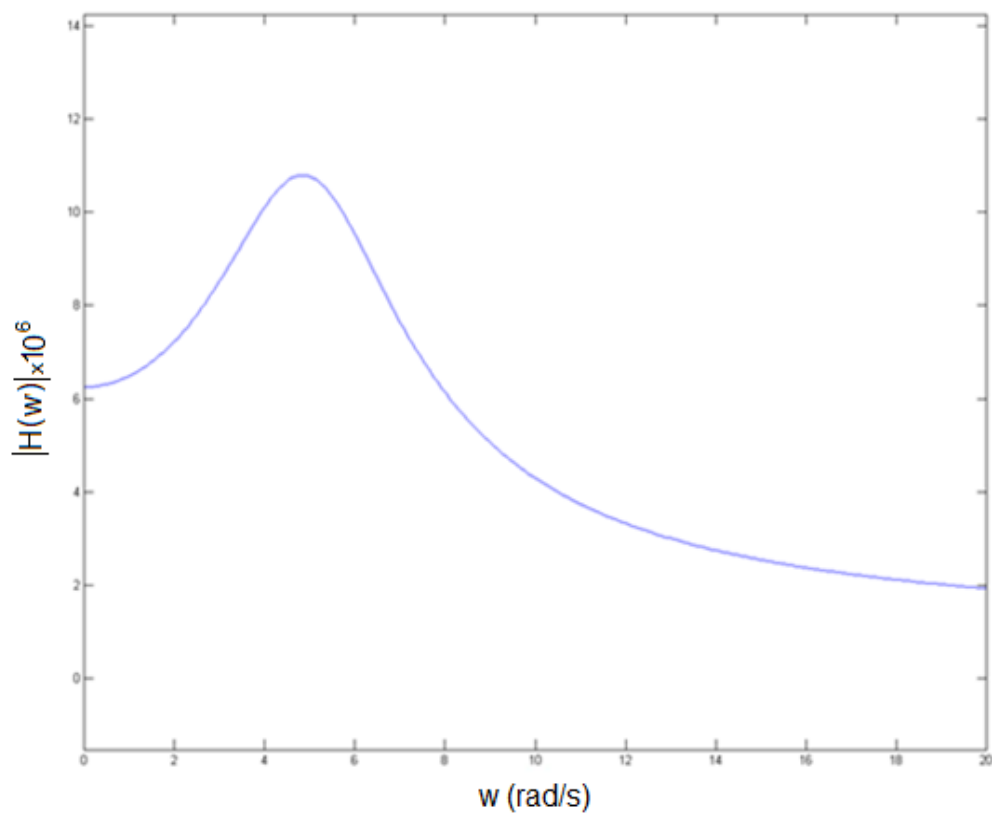


Figura 35 - Função transferência no modelo biodinâmico.

Pode-se verificar que somente o primeiro pico de ressonância é significativo. Podemos comparar esta primeira frequência de ressonância do sistema com a região de frequências de ressonância do corpo humano, mostradas na figura 36. Verifica-se através desta comparação que a primeira frequência do sistema (aproximadamente 0,8 Hz) está fora do intervalo das frequências de ressonância do corpo humano.

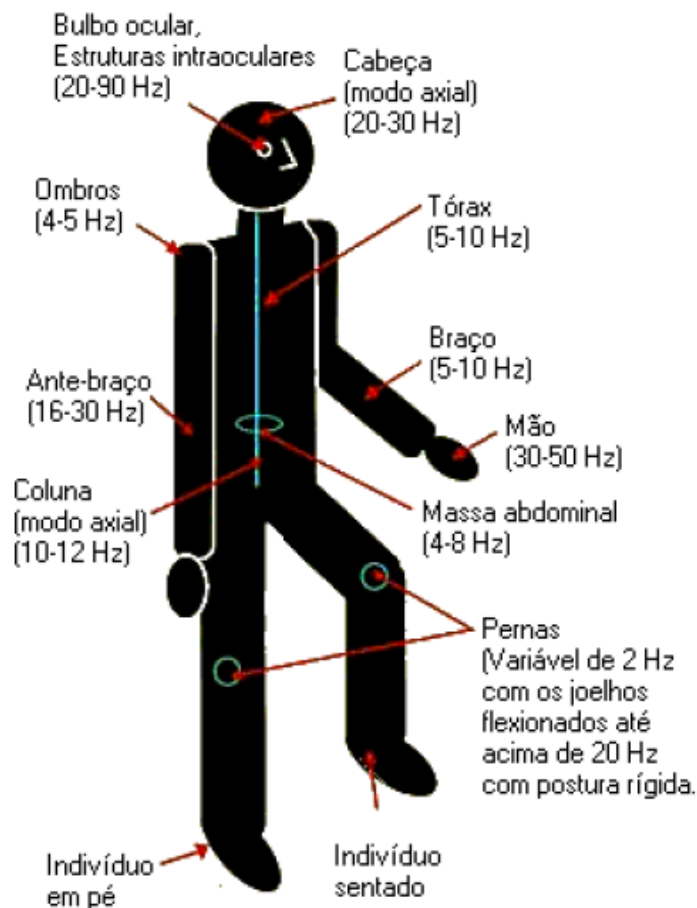


Figura 36 - Faixas de frequência de ressonâncias do corpo humano (ANFLOR,2003).

Foi realizado um estudo paramétrico variando-se rigidez e o amortecimento da suspensão, na faixa de -50% até +50%, nos valores de FERREIRA (2016) anteriormente adotados. Apresenta-se a função de transferência para o deslocamento da massa do modelo biodinâmico em decorrência de excitação advinda do perfil do terreno. Os resultados encontram-se na figura 36 para amortecimento e figura 37 para rigidez

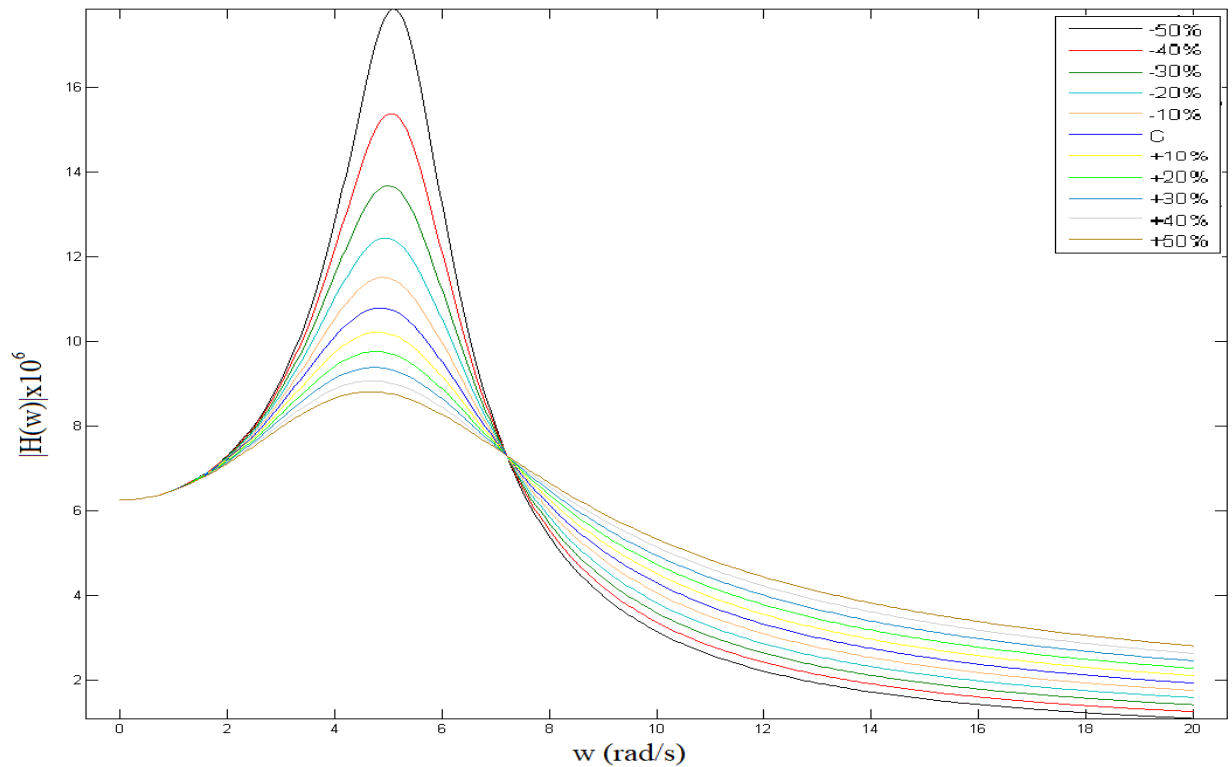


Figura 37 – Respostas da função de transferência no modelo biodinâmico para diferentes valores de amortecimento, variando de 50% ao valor utilizado na figura 18 até 150%.

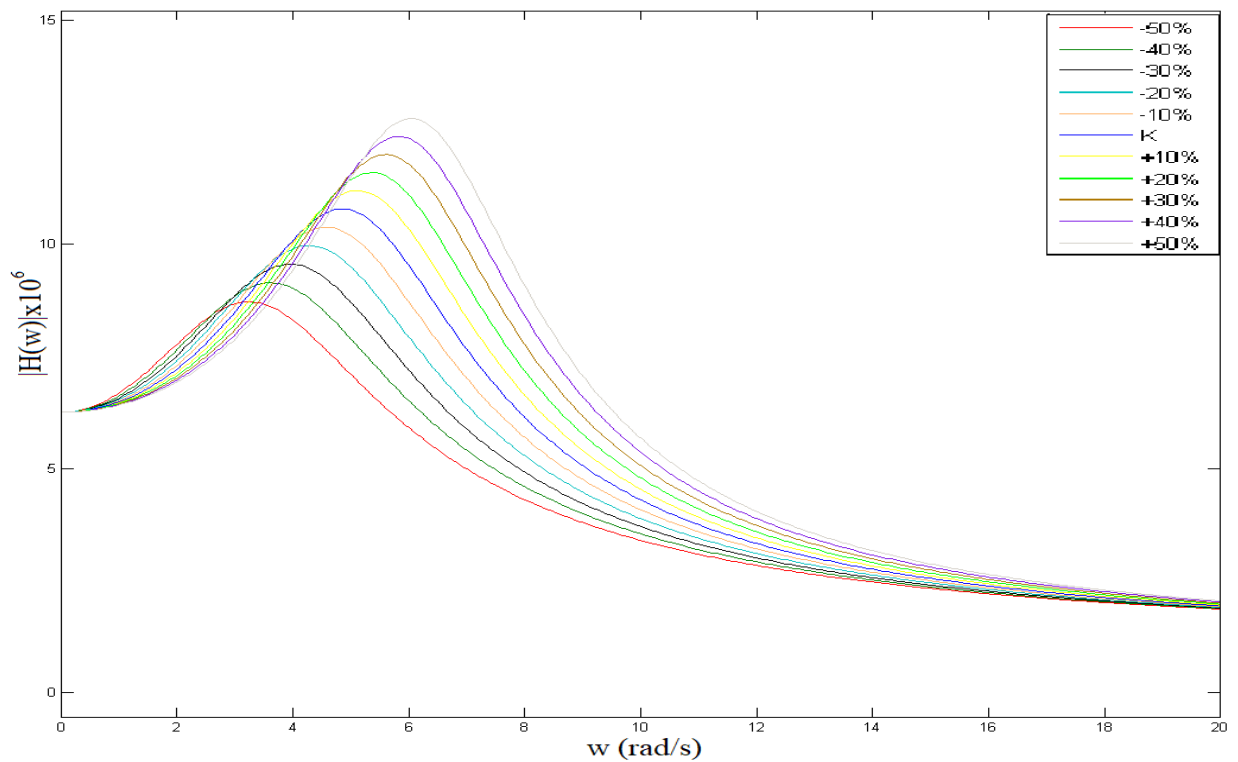


Figura 38 – Respostas da função de transferência no modelo biodinâmico para diferentes valores de rigidez, variando de 50% ao valor utilizado na figura 18 até 150%.

Na figura 37 podemos verificar a influência da variação do amortecimento da massa suspensa do veículo na resposta do modelo biodinâmico. Maiores valores de amortecimento reduzem a amplitude da função de transferência no pico de ressonância, mas aumentam esta mesma amplitude para outras faixas de frequências. Sendo assim, uma primeira análise indica que o aumento do amortecimento possui benefícios na região do pico de ressonância, em comprometimento a outras faixas de frequência.

Na figura 38 podemos verificar a influência da variação da rigidez da suspensão do veículo no modelo biodinâmico. Uma redução na rigidez diminui a amplitude do pico de ressonância sem causar aumento em outras faixas de frequência. Ocorre, no entanto, uma alteração na frequência correspondente ao pico de ressonância. O oposto se verifica quando do aumento do coeficiente de rigidez da suspensão. Nos resultados obtidos verifica-se que apesar da variação a frequência do pico ainda permanece distante de 2 Hz, que é a frequência de ressonância mais próxima do corpo humano (figura 36).

4.2.2 MODELO BIODINÂMICO DE ANFLOR (2003)

A motivação do aumento da complexidade do modelo biodinâmico, incluindo até mesmo um assento, visa a obtenção de uma maior riqueza nos resultados obtidos. Na realidade o corpo humano possui um número infinito de graus de liberdade. Quanto maior a quantidade e graus de liberdade do modelo, resultado mais realistas podem ser obtidos, considerando parâmetros obtidos experimentalmente. O modelo de 6 GDL analisado trata-se do acoplamento de:

- Modelo de $\frac{1}{4}$ de veículo
- Modelo de 1 GDL de um assento
- Modelo biodinâmico de ANFLOR (2003) de 3 GDL

O modelo de $\frac{1}{4}$ de veículo considerado é o mesmo utilizado anteriormente. O assento possui valores de massa, rigidez e amortecimento retirados de ANFLOR (2003). A figura 39 mostra o modelo de $\frac{1}{4}$ de veículo, o modelo do assento e o modelo biodinâmico combinados.

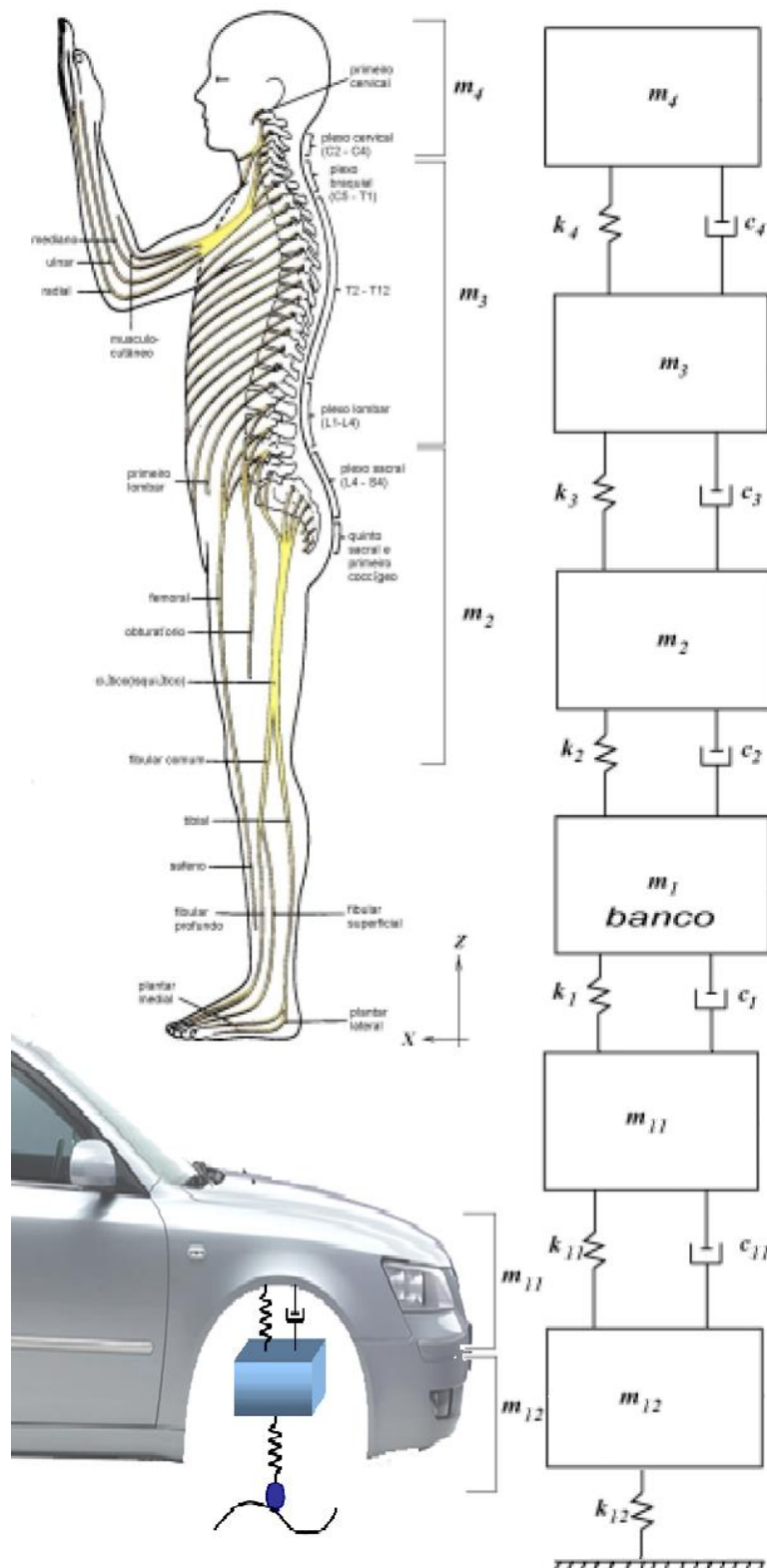


Figura 39 – Modelo biodinâmico com assento de ANFLOR(2003) de 4 GDL combinado com um modelo de $\frac{1}{4}$ de veículo de 2 GDL. Figura modificada e adaptada de ANFLOR (2003) para unir com o modelo de $\frac{1}{4}$ de veículo.

As propriedades do modelo representadas são:

m_1 = massa do banco;

k_1 = constante de rigidez do banco;

c_1 = constante de amortecimento do banco;

m_2 = massa referente às coxas, ao plexo sacral, quinto sacral e primeiro coccígeo;

k_2 = constante de rigidez das coxas e pélvis;

c_2 = constante de amortecimento das coxas e pélvis;

m_3 = massa referente às vertebrae torácicas, plexo lombar, plexo braquial e braços;

k_3 = constante de rigidez da espinha torácica e espinha lombar;

c_3 = constante de amortecimento da espinha torácica e espinha lombar;

m_4 = massa referente á cabeça e ao plexo cervical;

k_4 = constante de rigidez da espinha cervical;

c_4 = constante de amortecimento da espinha cervical;

m_{12} = massa não suspensa do veículo

k_{12} = rigidez da massa não suspensa

m_{11} = massa suspensa do veículo

k_{11} = rigidez da massa suspensa

c_{11} = amortecimento da massa suspensa

A tabela 7 mostra as seis frequências naturais sistema.

Frequências Naturais (rad/s)
5,2
48
68,6
70,4
156,4
223,3

Tabela 7 – Frequências naturais do modelo de 6 GDL

As figuras 39 e 40 se referem a resposta da função de transferência devido a uma excitação de perfil do solo nas vertebbras torácicas, plexo lombar, plexo braquial e braços. Corresponde à massa 3 da figura 39. A figura 40 se trata da variação do amortecimento da suspensão na faixa de 50-150% em relação ao valor de amortecimento ótimo encontrado em FERREIRA (2016), enquanto a figura 41 refere-se a variação da rigidez na mesma faixa de variação.

Estes resultados são similares aos resultados do modelo biodinâmico de 1 GDL. Novamente, apenas a primeira frequência de ressonância é significativa. Esta primeira frequência é de 5,2 rad/s quase idêntica à primeira frequência do modelo de 3 GDL, de 5,3 rad/s.

A partir destes resultados, é possível estimar que o aumento da quantidade de GDL do modelo biodinâmico não trouxe grandes mudanças aos resultados anteriormente obtidos. Ou seja, o aumento do grau de complexidade do modelo biodinâmico (aumento da quantidade de massas) não afeta o resultado obtido variando-se os parâmetros da suspensão.

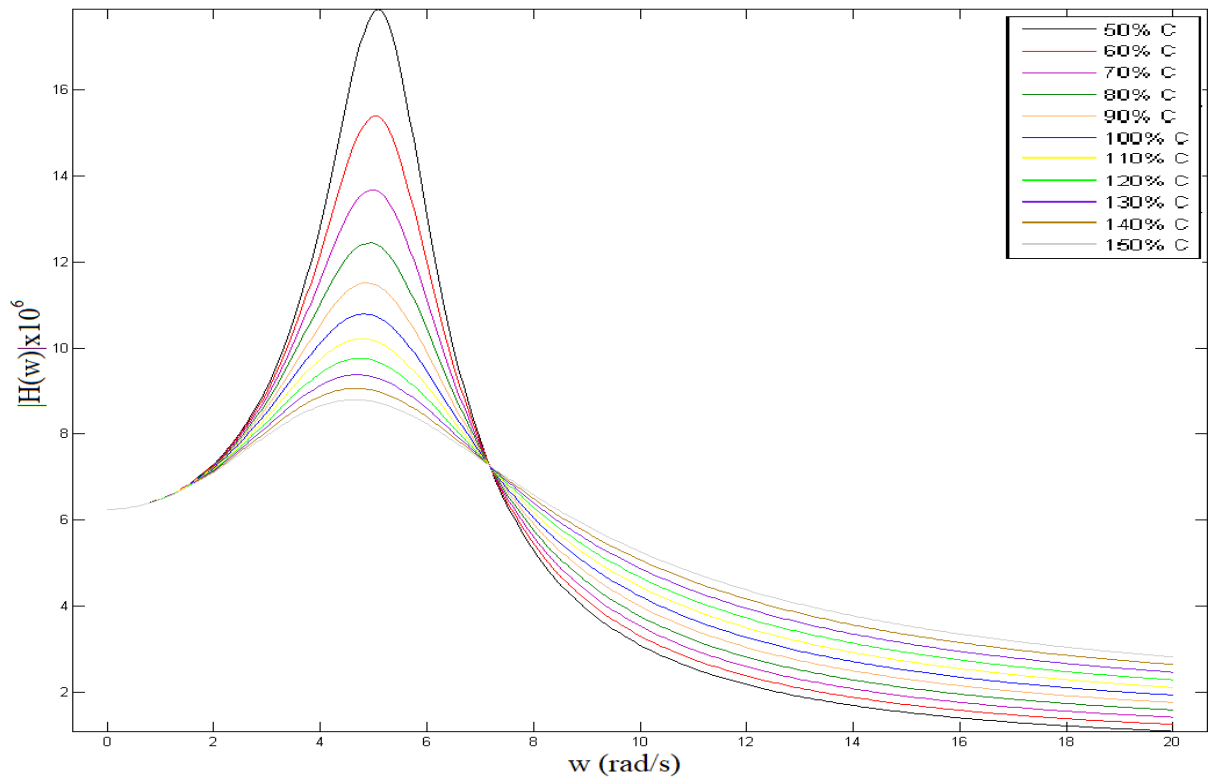


Figura 40 - Respostas da função de transferência para diferentes valores de amortecimento, variando de 50% até 150% em relação aos valores ótimos obtidos por FERREIRA (2016).

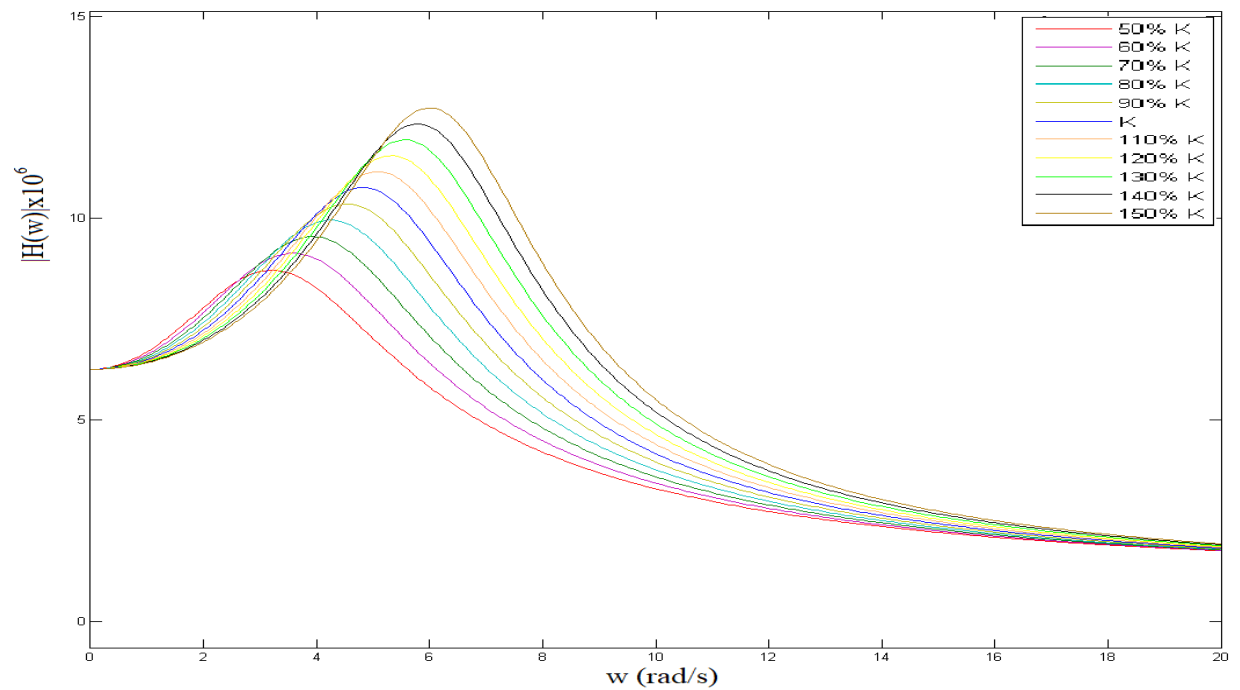


Figura 41 - Respostas da função de transferência para diferentes valores de rigidez, variando de 50% até 150% em relação aos valores ótimos obtidos por FERREIRA (2016).

4.2.3. MODELO BIODINÂMICO DE BOILEAU E RAKHEJA (1998)

No intuito de verificar o comportamento do sistema utilizando um modelo biodinâmico com mais graus de liberdade e propriedades diversas acopla-se o modelo de BOILEAU e RAKHEJA (1998) ao modelo de $\frac{1}{4}$ de veículo, resultando em um modelo de 6 GDL.

O modelo biodinâmico de vibração de BOILEAU e RAKHEJA (1998) possui 4 GDL e é mostrado na figura 42. O modelo biodinâmico combinado com $\frac{1}{4}$ de veículo está na figura 43.

As figuras 43 e 44 apresentam a resposta em frequência da função de transferência de Z2 – região que contém os ombros e a lombar – devido á uma excitação gerada pelo perfil de terreno.

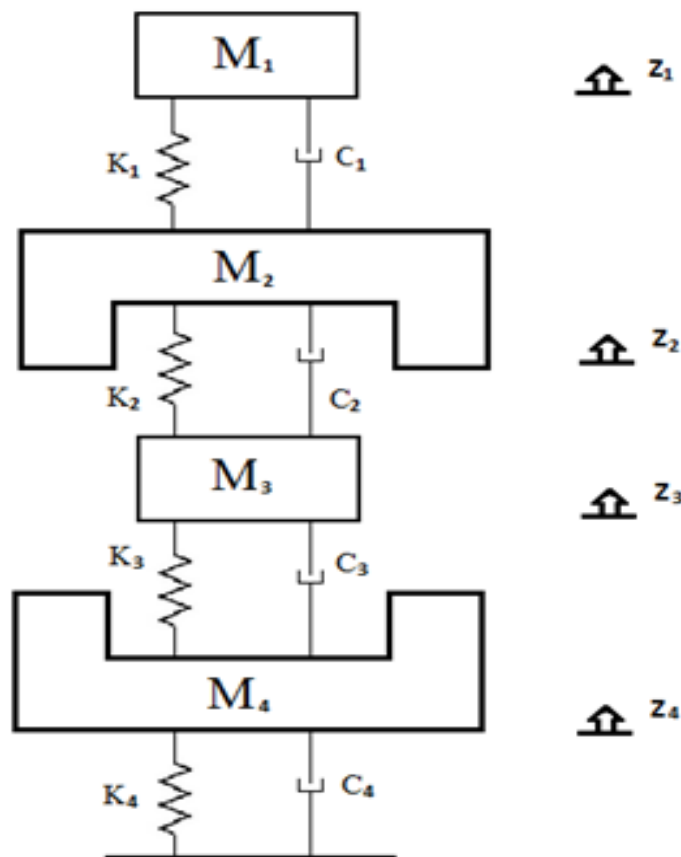


Figura 42 – Modelo de BOILEAU e RAKHEJA (1998) de 4 GDL

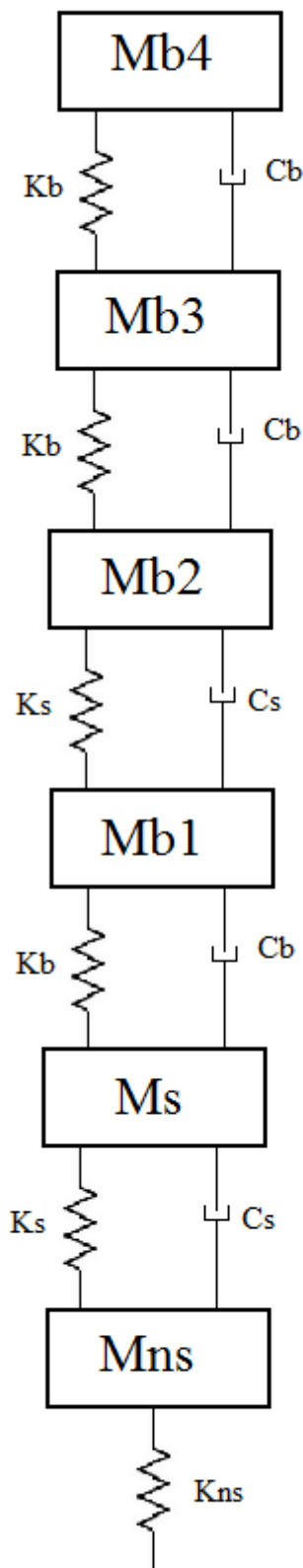


Figura 43 – Modelo biodinâmico de 4 GDL de BOILEAU e RAKHEJA (1998) combinado com modelo de 2 GDL de $\frac{1}{4}$ de veículo, totalizando 6 GDL

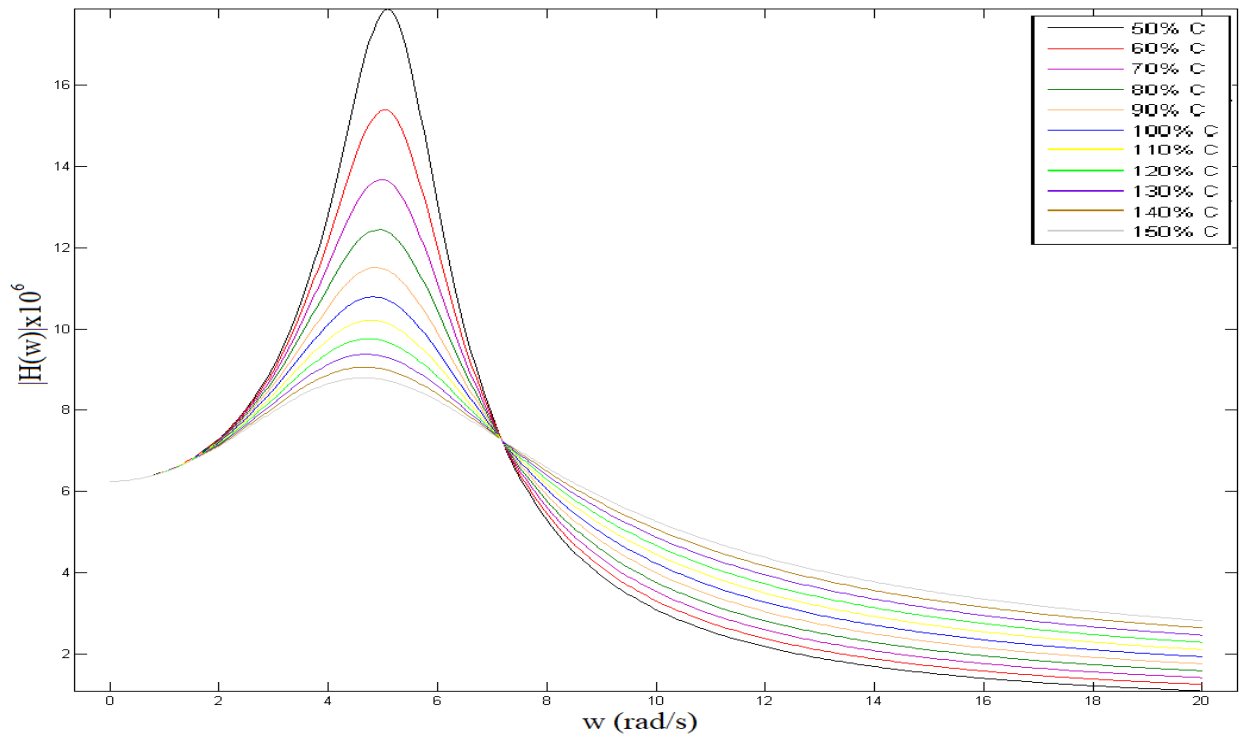


Figura 44 - Respostas da função de transferência para diferentes valores de amortecimento, variando de 50% até 150% em relação aos valores ótimos obtidos por FERREIRA (2016).

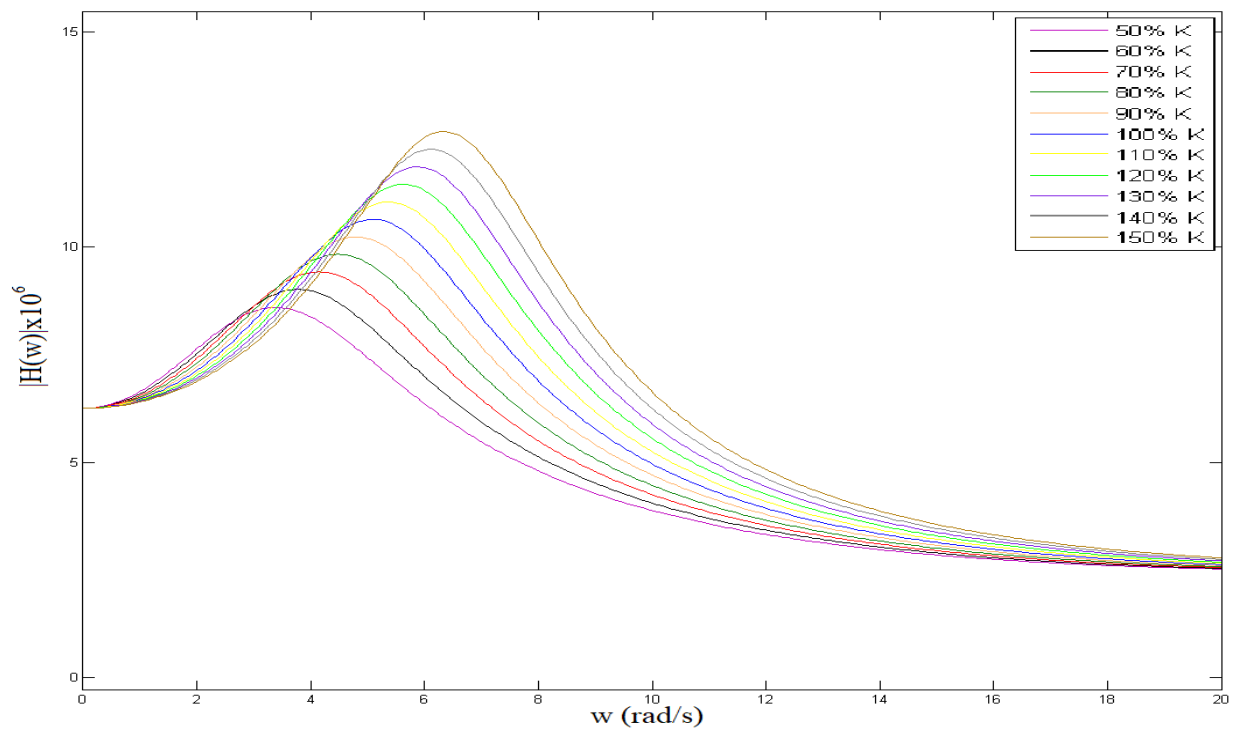


Figura 45 - Respostas da função de transferência para diferentes valores de rigidez, variando de 50% até 150% em relação aos valores ótimos obtidos por FERREIRA (2016).

O modelo biodinâmico de BOILEAU e RAKHEJA (1998) possui um grau de liberdade a mais que o modelo de ANFLOR(2003), apesar da ausência do assento. As figuras 43 e 44 são muito parecidas às figuras do modelo anterior, ratificando a afirmação de que não há necessidade de aumentar a complexidade do modelo biodinâmico. Também é possível afirmar que a presença ou ausência do assento no modelo biodinâmico não provoca interferência na análise vertical de vibrações, uma vez que os modelos sem e com assento apresentaram os mesmos resultados.

4.3. OTIMIZAÇÃO

Foi realizada a otimização dos modelos de 3 GDL - modelo biodinâmico de COERMANN (1962) acoplado ao modelo de $\frac{1}{4}$ de veículo de GILLESPIE (1992) – e do modelo de 7 GDL retirado de SALAH (2010) – modelo biodinâmico de 4 GDL acoplado a um assento acoplado a um modelo de $\frac{1}{4}$ de veículo.

Foram utilizados 4 perfis de pista para a análise:

- Perfil Harmônico: Um perfil de natureza senoidal que tem comportamento análogo a uma excitação harmônica. Mostrado na figura 46.
- Perfil Impulso: Um impulso no meio de um trajeto linear, representando um pico repentino. Mostrado na figura 47.
- Perfil Degrau: Um simples degrau. Mostrado na figura 48.
- Perfil Ruído Branco: Um perfil baseado em valores aleatórios. O mais irregular de todos os perfis. Mostrado na figura 49.

Os perfis Harmônico, Impulso e Degrau, tiveram seus parâmetros retirados de SALAH (2010). O perfil Ruído Branco foi gerado pelo próprio autor se utilizando do MATLAB®.

Foram utilizados os seguintes algoritmos de otimização se utilizando do MATLAB®:

- Algoritmo Genético (Genetic Algorithm)
- Enxame de Partículas (Particle Swarm)

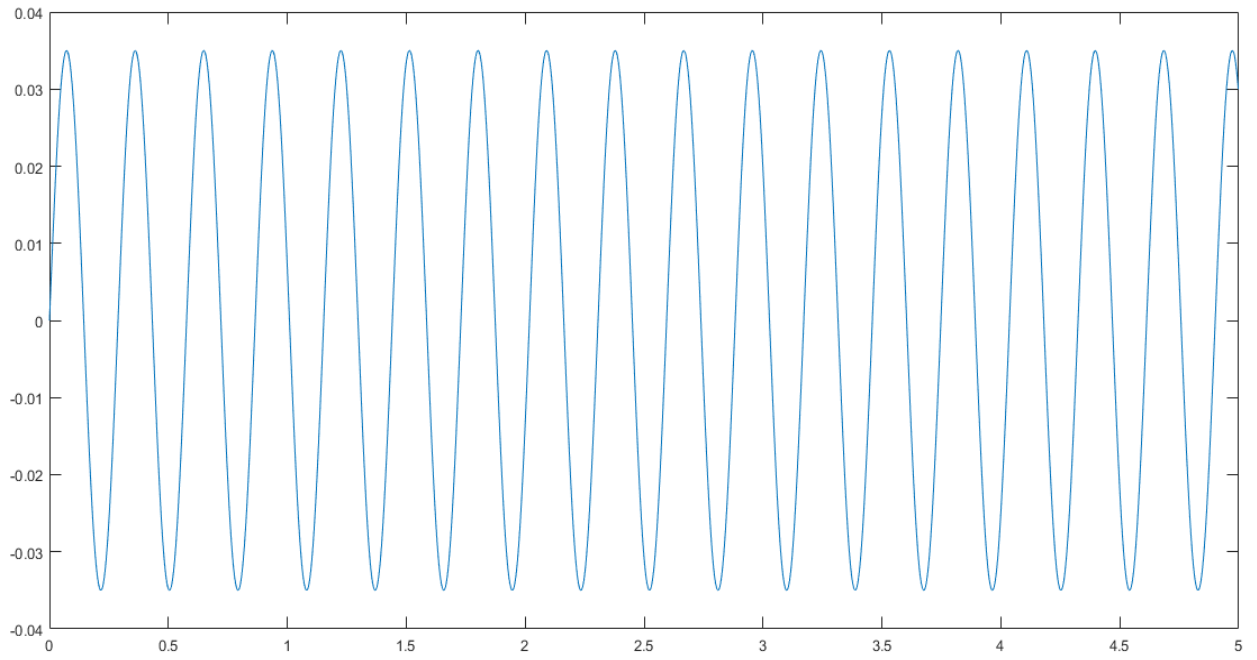


Figura 46 – Perfil de pista harmônico

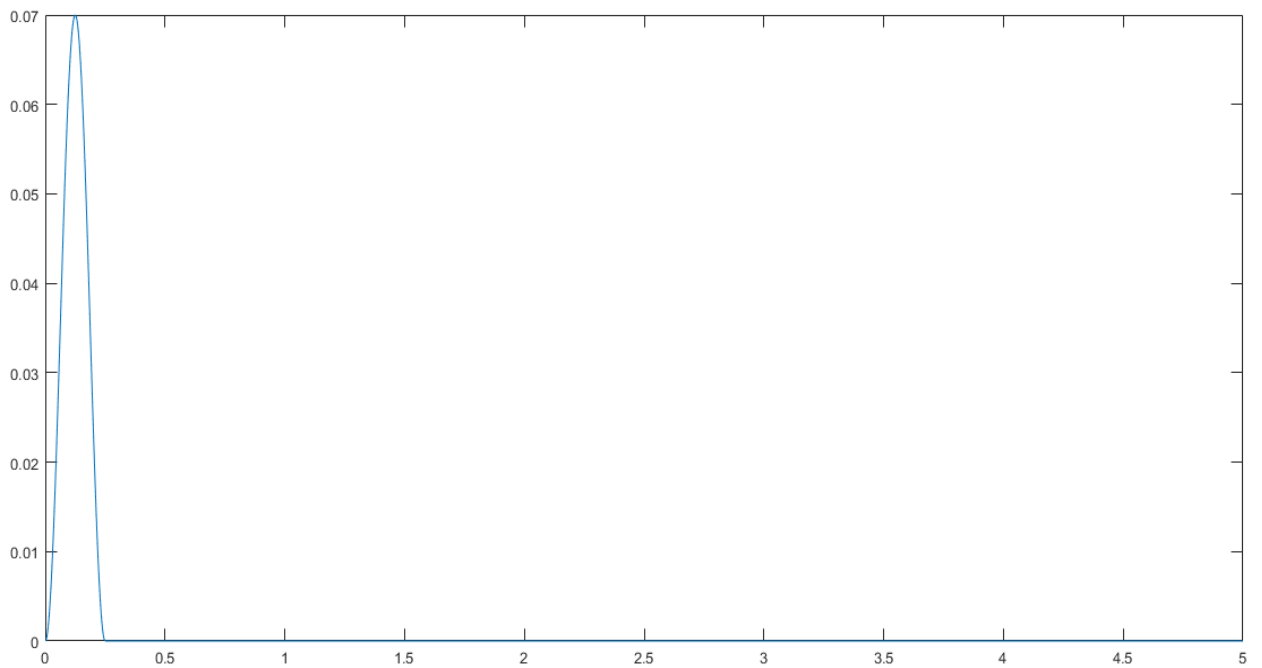


Figura 47 – Perfil de pista impulso

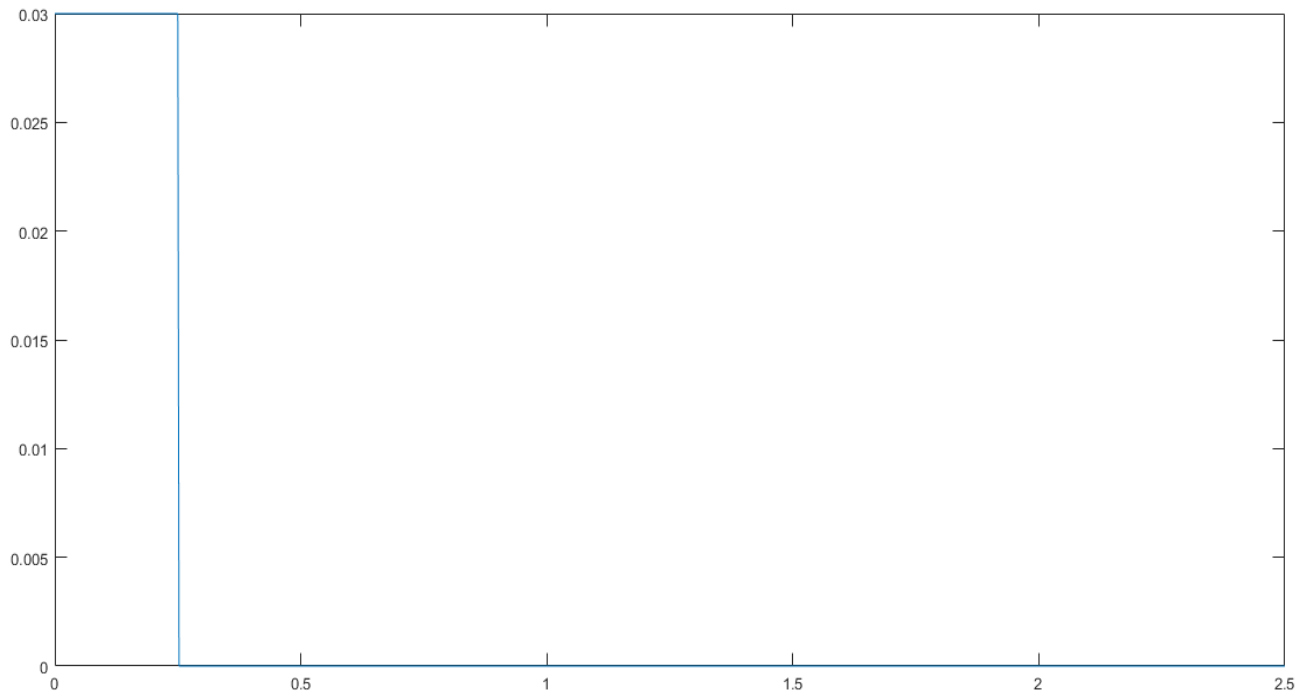


Figura 48 – Perfil de pista degrau

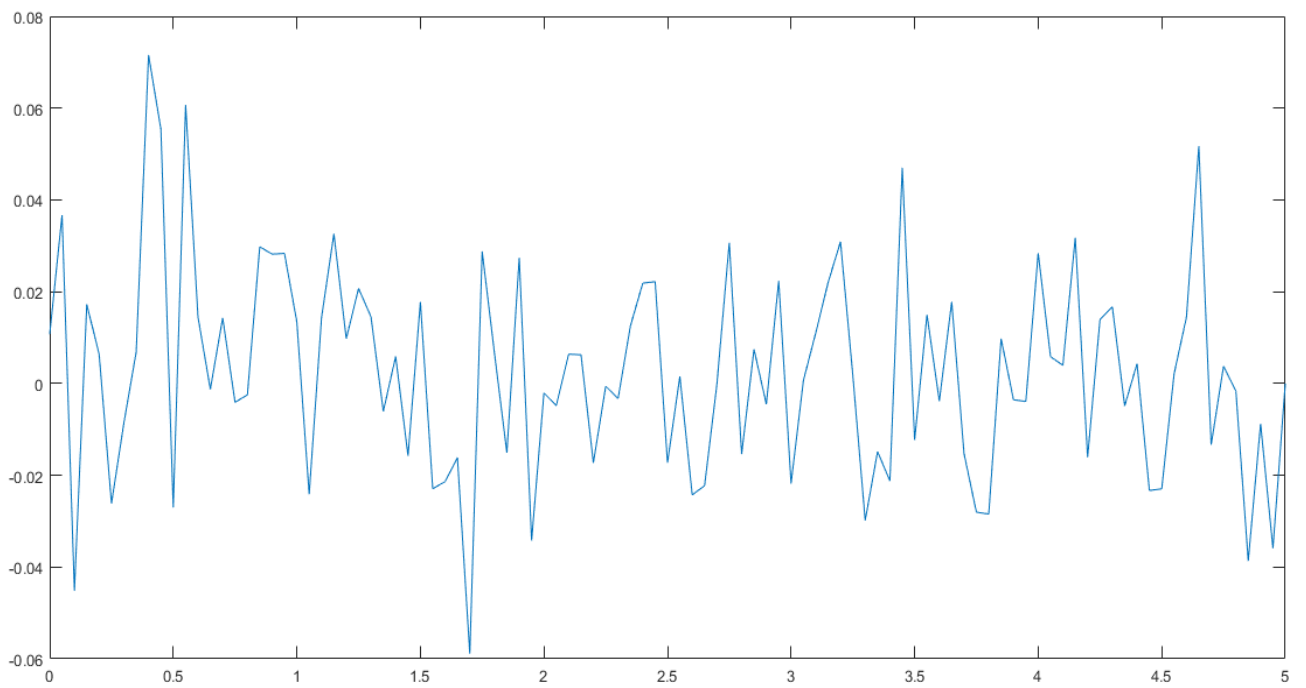


Figura 49 – Perfil de pista ruído branco

4.3.1. MODELO BIODINAMICO DE COERMANN

A otimização do modelo de 3 GDL se trata de minimizar a resposta RMS no grau de liberdade referente ao modelo biodinâmico de Coermann.

Dentre os parâmetros para o Algoritmo Genético foram utilizados os parâmetros mostrados na tabela 8, que foram retirados de SALAH (2010), e o Precisão do Objetivo da Função, que foi utilizado o padrão do MATLAB®.

Parametros	Valores
População	50
Dimensionamento de ajuste	Ranqueado
Técnica de Crossover	Heurístico
Probabilidade de Crossover	80%
Valores mínimos	900-10000
Valores máximos	2500-20000
Precisão do objetivo da função	1e-6

Tabela 8 – Parametros do algoritmo genético

A quantidade de gerações limite foi de 300, mas alguns perfis de pista convergiram antes de atingir o limite de gerações. A convergência do algoritmo genético para os perfis de pista harmônico, impulso, degrau e ruído branco são mostrados, respectivamente, nas figuras 50, 51, 52 e 53.

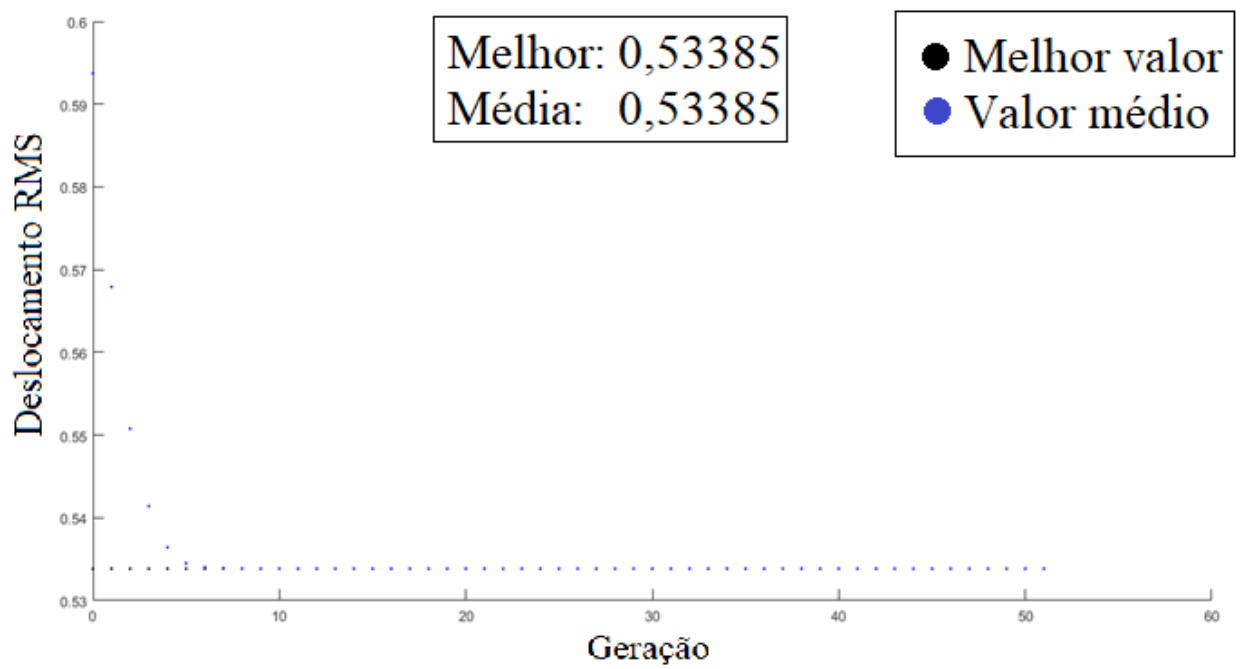


Figura 50 – Convergência para o perfil de pista harmônico

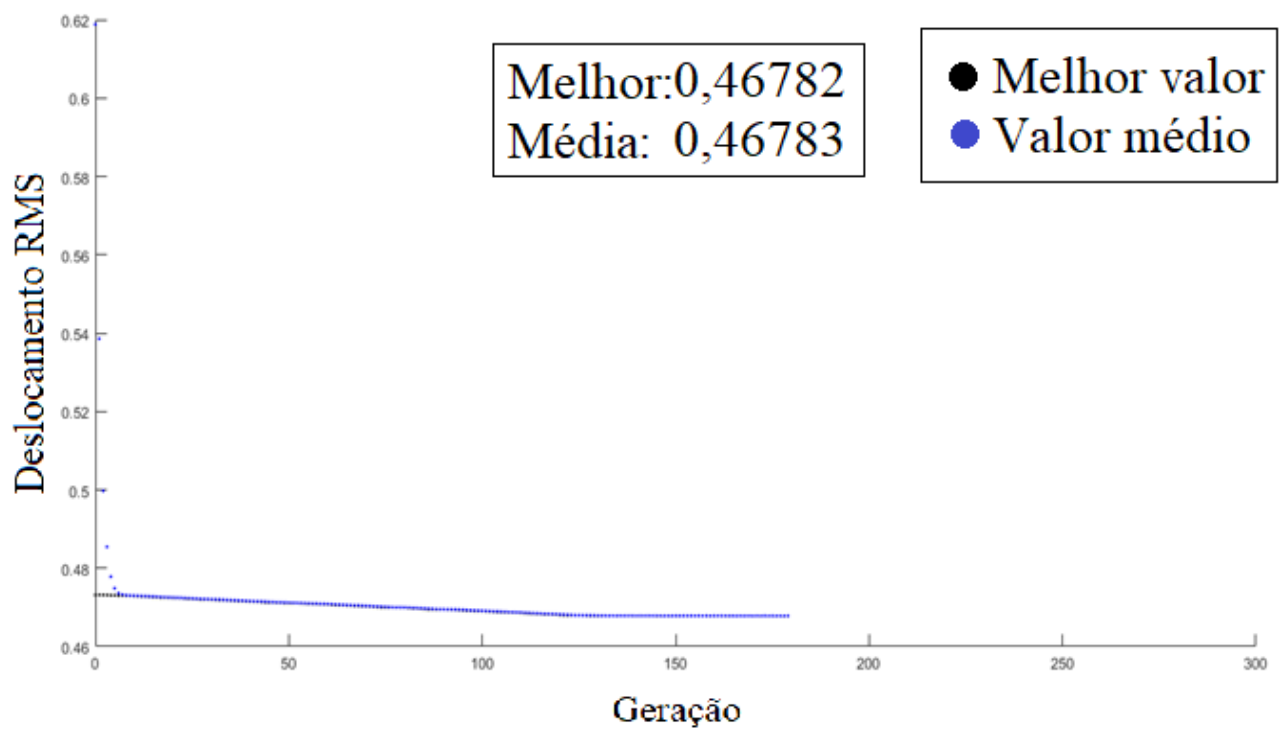


Figura 51 – Convergência para o perfil de pista impulso

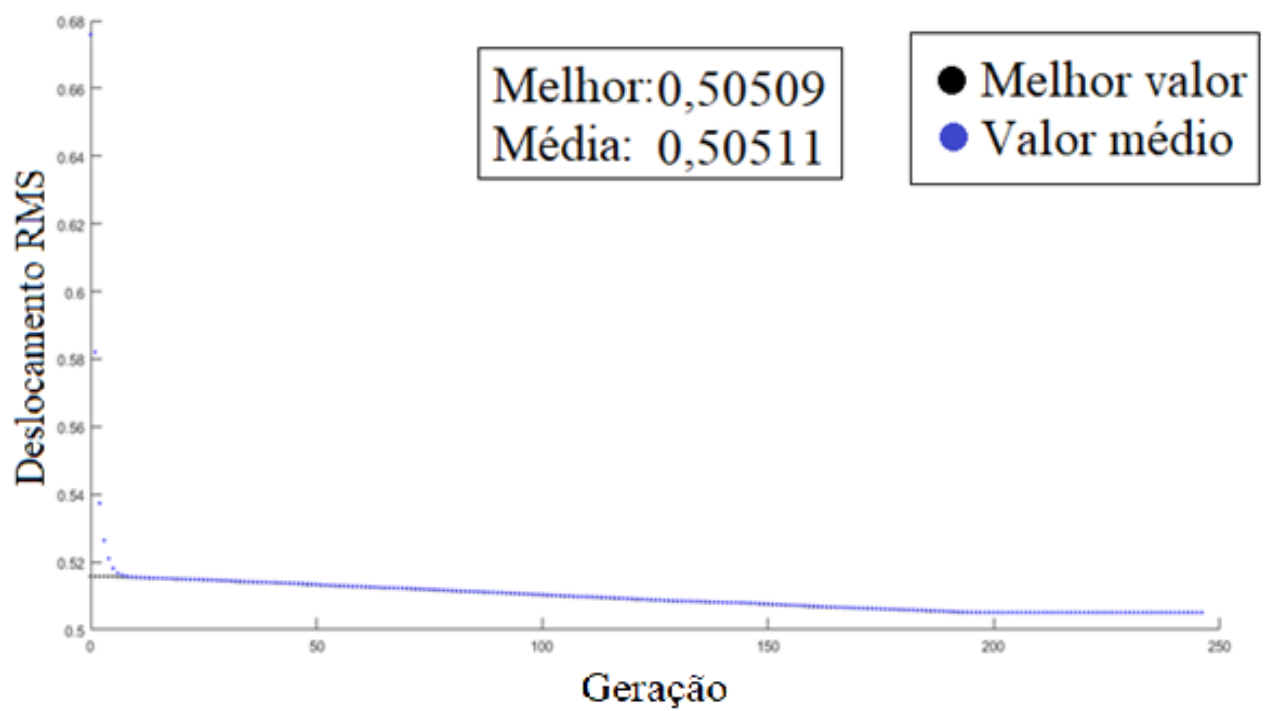


Figura 52 – Convergência para o perfil de pista degrau

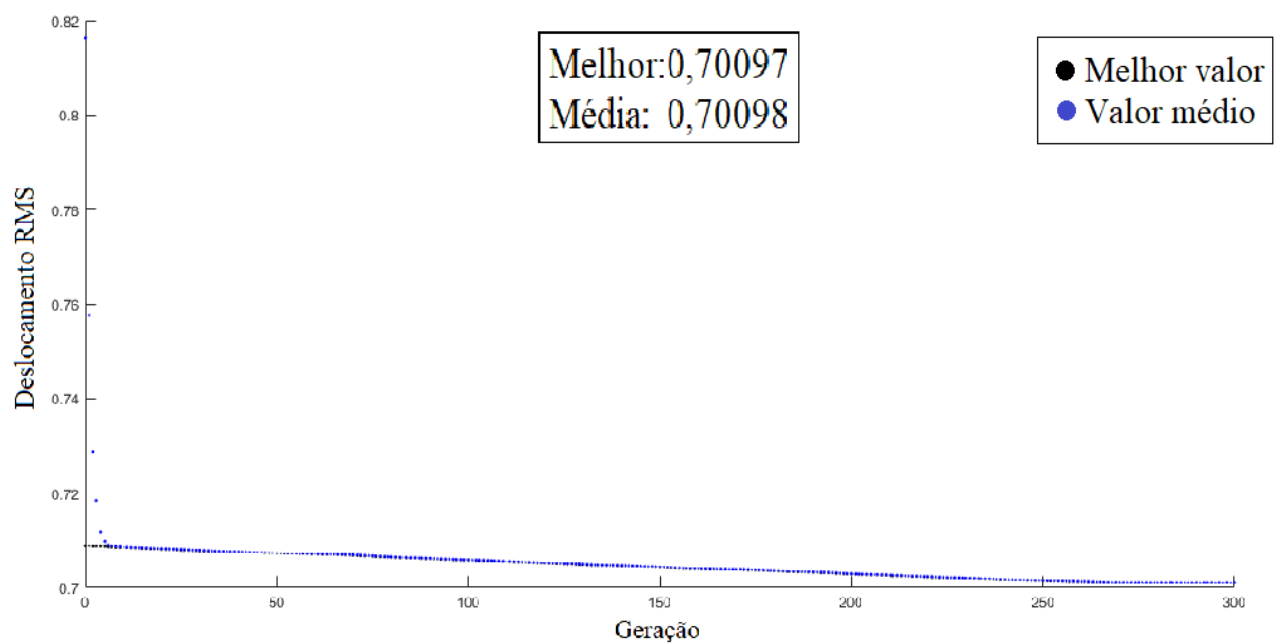


Figura 53 – Convergência para o perfil de pista ruído branco

A tabela 9 mostra os valores obtidos da rigidez e do amortecimento da suspensão e da resposta do RMS (Root Mean Square) da resposta no tempo correspondente do deslocamento da massa suspensa, para o modelo de 3 GDL de cada um dos perfis de pista, no algoritmo genético.

Perfil de pista	K (N/m)	C (Ns/m)	$X_{RMS}(mm)$
Harmônico	10000	900	53
Impulso	10975	2500	47
Degrau	11598	2500	51
Ruido Branco	12077	2500	70

Tabela 9 – Valores de rigidez e amortecimento da suspensão otimizados e resposta RMS correspondente para os perfis harmônico, impulso, degrau e ruído branco, para o modelo de 3 GDL. Otimizado pelo algoritmo genético.

Através da tabela 9, podemos perceber que os valores ótimos variam de acordo com o perfil de pista.

Nos perfis impulso, degrau e ruído branco, o amortecimento ótimo é o máximo permitido. Desta maneira, ao aumentar-se o limite máximo de amortecimento, o valor ótimo de amortecimento tenderá a aumentar em conjunto.

No perfil harmônico, curiosamente, é observado o oposto: O amortecimento ótimo é o menor possível. Uma diminuição no limite mínimo de amortecimento irá causar uma redução do fator de amortecimento ótimo.

Em todos os perfis é observado que a rigidez da suspensão é próxima do mínimo possível, com exceção do perfil harmônico, que é exatamente o mínimo possível. Rigidez de suspensão muito baixo pode acarretar em problemas sérios de dirigibilidade (GILLESPIE,1992). Desta maneira, existe um grande cuidado ao se tratar deste quesito, pois deve ser o mínimo possível, mas não pode ser tão baixo a ponto de causar problemas na dirigibilidade.

Os perfis de pista apresentaram uma resposta RMS muito semelhante com exceção do perfil de ruído branco. A natureza aleatória deste perfil cria curvas nada

suaves e grandes ondulações tendem a aparecer com uma significativa frequência, fazendo com que o perfil de pista seja mais irregular e causando uma resposta RMS mais elevada.

Visando resultados mais práticos, foi realizada a otimização dos 4 perfis juntos. Ao invés de minimizar um único valor RMS referente a um certo perfil de pista, o algoritmo é instruído para minimizar a soma dos 4 valores RMS. Como a magnitude dos perfis de pista é bastante similar, os pesos de cada perfil serão similares, porém com um leve peso maior a favor do Ruído Branco. Desta maneira, o perfil combinado tem uma melhor representatividade. A convergência para os 4 perfis combinados se encontra na figura 54.

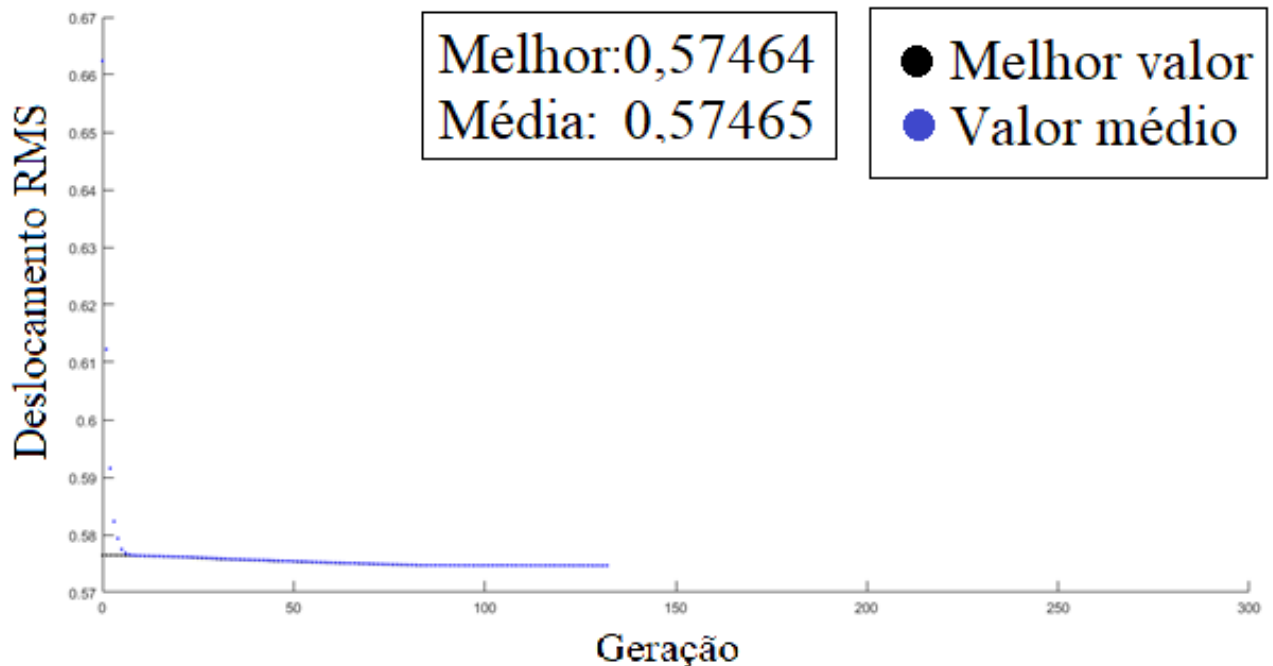


Figura 54 – Convergência para os quatro perfis de pista combinados

O resultado para os 4 perfis no modelo de 3 GDL foi:

- $K = 11072 \text{ N/m}$
- $C = 2500 \text{ Ns/m}$
- $\text{RMS} = 58 \text{ mm}$

Através destes resultados podemos concluir que, para o modelo de 3 GDL, se utilizando do algoritmo genético, ponderando os 4 perfis de pista, é melhor que o coeficiente de rigidez seja próximo do menor possível e o coeficiente de amortecimento seja próximo do maior possível.

Para o algoritmo de enxame de partículas foi utilizada uma população de 100 protunidades, com exceção para o modelo combinado de pistas que, por conta de questões computacionais, foi reduzido para uma população de 30 protunidades. A quantidade máxima de iterações foi de 500 iterações, exceto para o perfil combinado de pistas, que foi reduzido para 100 iterações.

A tabela 10 mostra os valores obtidos da rigidez e do amortecimento da suspensão e da resposta do RMS (Root Mean Square) da resposta no tempo, para o modelo de 3 GDL de cada um dos perfis de pista e dos quatro perfis combinados, no algoritmo de enxame de partículas.

Perfil de pista	K (N/m)	C (Ns/m)	X_{RMS} (mm)
Harmônico	10060	900	53
Impulso	10405	2500	47
Degrau	10000	2442	51
Ruido Branco	10369	2398	71
Perfis combinados	10000	2378	58

Tabela 10 – Valores de rigidez e amortecimento da suspensão otimizados e resposta RMS correspondente para os perfis harmônico, impulso, degrau, ruído branco e os quatro perfis combinados, para o modelo de 3 GDL. Otimizado pelo algoritmo de enxame de partículas.

Os resultados encontrados são muito similares aos encontrados pelo algoritmo genético. Desta maneira, as observações são as mesmas.

O algoritmo de enxame de partículas teve menor custo computacional do que o algoritmo genético, sendo muito mais rápido na hora do processamento. Dos quatro perfis de pista, o ruído branco foi o que precisou de maior tempo de processamento.

A tabela 11 apresenta a comparação dos resultados obtidos de cada algoritmo para os perfis degrau, impulso, harmônico e ruído branco.

Os algoritmos genético e enxame de partículas apresentaram deslocamento RMS praticamente idênticos. As respostas foram iguais (exceto para o perfil ruído branco), e os fatores de rigidez e amortecimento ótimos são muito próximos para os dois algoritmos.

A tabela 12 consta os resultados dos algoritmos para a combinação dos perfis de pista.

Perfil de pista	Algoritmo	K (N/m)	C (Ns/m)	X_{RMS} (mm)
Impulso	Genético	10975	2500	47
Impulso	Enxame de partículas	10405	2500	47
Degrau	Genético	11598	2500	51
Degrau	Enxame de partículas	10000	2442	51
Harmonico	Genético	10000	900	53
Harmonico	Enxame de partículas	10060	900	53
Ruido branco	Genético	12077	2500	70
Ruido branco	Enxame de partículas	10369	2398	71

Tabela 11 – Valores de rigidez e amortecimento da suspensão otimizados e resposta RMS correspondente para os perfis harmônico, impulso, degrau e ruído branco, para o modelo de 3 GDL. Comparação dos algoritmos genético e enxame de partículas.

Algoritmo	K (N/m)	C (Ns/m)	X_{RMS} (mm)
Genético	11072	2500	58
Enxame de partículas	10000	2378	58

Tabela 12 –Valores de rigidez e amortecimento da suspensão otimizados e resposta RMS correspondente para o perfil de pista combinado. Comparação dos algoritmos genético e enxame de partículas.

Em termos de resposta os resultados são iguais, mas os projetos apresentados pelos algoritmos são ligeiramente diferentes. O genético apresenta uma rigidez ligeiramente maior, por uma margem de aproximadamente 10%, enquanto o algoritmo enxame de partículas utiliza um fator de amortecimento 5% menor em relação ao genético.

Os algoritmos mostram ter uma eficiência muito similar, com resultados muito parecidos, a ponto de não ser possível dizer qual deles apresentou o melhor resultado. Porém, o algoritmo genético teve um custo computacional muito maior, levando mais tempo, e se mostrando o algoritmo mais inconveniente para a otimização do modelo de 3 GDL.

4.3.2 – MODELO BIODINÂMICO DE SALAH (2010)

Esta otimização inclui:

- Modelo de $\frac{1}{4}$ de veículo (2 GDL)
- Modelo de assento de 1 GDL
- Modelo biodinâmico de SALAH (4 GDL)

A otimização do modelo de 7 GDL se trata de procurar minimizar a resposta RMS na região da cabeça. Os parâmetros usados para a otimização foram o mesmo para o modelo de 3 GDL, tanto para o algoritmo genético quanto para o algoritmo de enxame de partículas. A figura 55 mostra a convergência do algoritmo genético para a otimização que combina as excitações dos perfis degrau, impulso, harmônico e ruído branco.

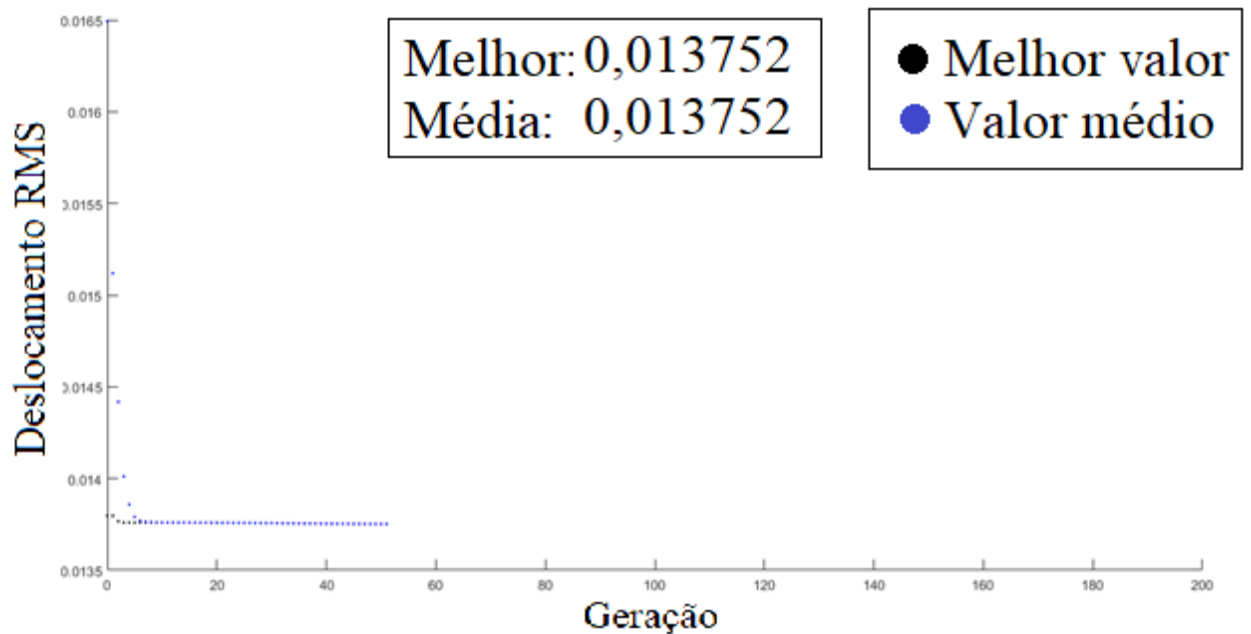


Figura 55 – Convergência do algoritmo genético para o modelo de 7 GDL na região da cabeça, sujeito aos perfis de pista impulso, degrau, ruído branco e harmônico.

A tabela 13 mostra os resultados obtidos para todos os perfis de pista, incluindo o perfil combinado, para o algoritmo genético.

Perfil de pista	K (N/m)	C (Ns/m)	X_{RMS} (mm)
Impulso	10297	1587	12
Degrau	10080	1868	13,1
Harmônico	10000	900	5,6
Ruído Branco	10070	1551	23,4
Perfis Combinados	10370	1347	13,8

Tabela 13 – Valores de rigidez e amortecimento da suspensão otimizados e resposta RMS correspondente para os perfis harmônico, impulso, degrau, ruído branco e os quatro perfis combinados, para o modelo de 7 GDL. Otimizado pelo algoritmo genético.

Para o perfil harmônico, o resultado ótimo foi idêntico ao modelo de 3 GDL. Em termos de rigidez da suspensão, o valor ótimo ficou muito próximo do mínimo em todos os perfis. Porém, em termos de amortecimento houveram mudanças significativas para cada um dos perfis analisados. O perfil degrau se mostrou o perfil que mais demandou amortecimento, mas abaixo do valor máximo.

Os resultados do modelo de 7 GDL se mostraram muito parecidos com o de 3 GDL em termos de fator de rigidez ótimo, que se aproximou do mínimo, mas diferente em termos de amortecimento, com exceção do perfil harmônico. Neste perfil os valores ótimos para a rigidez e para o amortecimento foram idênticos nos 2 modelos. Para o modelo de 3 GDL, os amortecimentos de todos os perfis (exceto o harmônico) ficaram muito próximos do valor máximo permitido. Para o modelo de 7 GDL os fatores de amortecimento ficaram longe do valor máximo se situando dentro do intervalo.

A tabela 14 mostra os valores obtidos da rigidez e do amortecimento da suspensão e da resposta do RMS (Root Mean Square) da resposta no tempo, para o modelo de 7 GDL de cada um dos perfis de pista e dos quatro perfis combinados, no algoritmo de enxame de partículas.

Em termos de rigidez, todos os fatores ficaram no mínimo, com exceção do caso dos perfis de terreno combinados, que ficou muito próximo do mínimo. O perfil harmônico se manteve completamente insensível em relação ao método de otimização ou ao modelo biodinâmico utilizado: O valor ótimo para este perfil é sempre o mínimo de fator de rigidez e mínimo de amortecimento.

Os custos computacionais do modelo biodinâmico mais elaborado foram ligeiramente maiores. O algoritmo genético foi, novamente, o significativamente mais lento. A tabela 15 mostra a comparação dos resultados para os dois algoritmos.

Perfil de pista	K (N/m)	C (Ns/m)	X_{RMS} (mm)
Impulso	10000	1545	12
Degrau	10000	1832	13,1
Harmônico	10000	901	5,6
Ruído Branco	10000	1500	23,7
Perfis combinados	10771	1872	14,2

Tabela 14 – Valores de rigidez e amortecimento da suspensão otimizados e resposta RMS correspondente para os perfis harmônico, impulso, degrau, ruído branco e perfis combinados, para o modelo de 7 GDL. Otimizado pelo algoritmo de enxame de partículas.

Nos perfis combinados, o algoritmo genético também conseguiu resultados melhores que o algoritmo de enxame de partículas. A rigidez obtida por estes algoritmos foi muito similar, mas o fator de amortecimento foi significativamente diferente. O fator de amortecimento superior do enxame de partículas muito provavelmente foi o maior causador da diferença de desempenho. O aumento deste fator ocasionou um aumento na resposta RMS.

O fator de amortecimento, inclusive, é um dos fatores chave em termos de diferenciação dos modelos de 3 GDL e 7 GDL. No modelo de 3 GDL, este sempre ficava muito próximo ao limite máximo, enquanto para o modelo de 7 GDL mais elaborado o fator de amortecimento ficou longe do limite máximo.

Os resultados para os perfis impulso, degrau, harmônico foram idênticos e os fatores encontrados foram muito próximos. Porém, para o perfil de pista ruído branco o algoritmo genético apresentou uma solução significativamente superior em relação ao enxame de partículas.

Perfil de pista	Algoritmo	K (N/m)	C (Ns/m)	X_{RMS} (mm)
Impulso	Genético	10297	1587	12
Impulso	Enxame de partículas	10000	1545	12
Degrau	Genético	10080	1868	13,1
Degrau	Enxame de partículas	10000	1832	13,1
Harmonico	Genético	10000	900	5,6
Harmonico	Enxame de partículas	10000	901	5,6
Ruído branco	Genético	10070	1551	23,4
Ruído branco	Enxame de partículas	10000	1500	23,7
Perfis combinados	Genético	10370	1347	13,8
Perfis combinados	Enxame de partículas	10771	1872	14,2

Tabela 15 – Valores de rigidez e amortecimento da suspensão otimizados e resposta RMS correspondente para os perfis harmônico, impulso, degrau, ruído branco e perfis combinados, para o modelo de 7 GDL. Comparação dos algoritmos genético e enxame de partículas.

5. CONCLUSÃO

A redução da vibração e dos movimentos transmitidos ao corpo humano é um avanço em questões de saúde e conforto para veículos. Busca-se minimizar as vibrações para o condutor, para obter-se melhores resultados e maior satisfação.

Para o modelo no domínio da frequência, o estudo paramétrico do coeficiente de amortecimento da suspensão mostrou que um valor maior do coeficiente ocasiona a redução do pico de oscilação na primeira frequência de ressonância, porém existe um aumento da transferência em frequências mais altas. O estudo paramétrico do coeficiente de rigidez da suspensão mostrou que valores menores de rigidez reduzem a função de transferência no pico, sem ocasionar aumento em frequências mais altas. Isto foi observado para os dois modelos biodinâmicos utilizados.

O mesmo foi observado para o domínio do tempo para o fator de rigidez, nos dois modelos biodinâmicos utilizados na análise no domínio do tempo. Desta maneira, na otimização do projeto de uma suspensão de um veículo, quando o conforto é a ênfase, o fator de rigidez deve ser o mínimo possível, desde que não comprometa a dirigibilidade.

O cenário se altera para a análise do fator de amortecimento no domínio do tempo. Como observado em ambos os modelos, um fator de amortecimento excessivo pode aumentar a vibração no modelo biodinâmico e causar desconforto, assim, este fator deve ser analisado com muita precaução no projeto da suspensão de um veículo com ênfase em conforto.

A função harmônica está presente como excitação harmônica no modelo do domínio da frequência e como um perfil de pista no modelo no domínio do tempo. Esta teve como valores ótimos o mínimo de amortecimento e mínimo de rigidez para todos os modelos biodinâmicos tanto no domínio do tempo quanto na frequência.

Os perfis de pista da análise no domínio do tempo, no quesito rigidez, se comportaram todos de maneira similar nos dois modelos biodinâmicos utilizados. No quesito amortecimento também foi observado um comportamento similar, exceto para o modelo de 7 GDL, aonde o amortecimento ótimo teve uma variação significativa.

Por fim, é possível comparar o algoritmo de enxame de partículas com o algoritmo genético. O último apresentou resultados iguais ou superiores, mas com um maior custo computacional.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ANDRES, Robert O.; CHAFFIN, Don B. Validation of a biodynamic model of pushing and pulling. *Journal of biomechanics*, v. 24, n. 11, p. 1033-1045, 1991.
- ANFLOR, Carla Tatiana Mota. Estudo da transmissibilidade da vibração no corpo humano na direção vertical e desenvolvimento de um modelo biodinâmico de quatro graus de liberdade. 2003.
- ARORA, Jasbir. *Introduction to Optimum Design*. Elsevier Academic Press, 2004.
- BOILEAU, P.-É.; RAKHEJA, Subhash. Whole-body vertical biodynamic response characteristics of the seated vehicle driver: measurement and model development. *International Journal of Industrial Ergonomics*, v. 22, n. 6, p. 449-472, 1998.
- BOLINA, Cecília de Castro. Estudo numérico-experimental para proposição de modelo biodinâmico do corpo-humano submetido a vibrações verticais. 2015.
- BURNS, Lawrence. BORRONI, Christopher. MITCHELL, William. *A reinvenção do automóvel – Mobilidade urbana pessoal para o século XXI*. Editora Alaúde, São Paulo, 2010.
- CARNEIRO, R. B. Controle de vibrações em edifícios altos utilizando amortecedor de massa sintonizado múltiplo (AMSM). 2004. Dissertação de Mestrado, Universidade de Brasília, Brasil.
- CASAS, Walter Jesus Paucar et al. Análise de incerteza na otimização de parâmetros biodinâmicos de motorista para conforto e segurança. 2015.
- CHONG, Edwin KP; ZAK, Stanislaw H. *An introduction to optimization*. John Wiley & Sons, 2013
- COERMANN, Rolf R.; MAGID, Edward B.; LANGE, Karl O. Human. Performance under vibrational stress. *Human Factors: The Journal of the Human Factors and Ergonomics Society*, v. 4, n. 5, p. 315-324, 1962.
- DEN HARTOG, Jacob Pieter. *Mechanical vibrations*. Courier Corporation, 1985.
- DREHMER, Luis R. Centeno; CASAS, Walter J. Paucar; GOMES, Herbert Martins. *Mecânica Computacional, Volume XXXIV. Numero 39. Modeling of Multibody Systems (A)*. 2016.
- DREHMER, Luis Roberto Centeno. Otimização de parâmetros concentrados de suspensão para conforto e segurança veicular. 2012.
- FERREIRA, Cláudio Vidrih; SCARPIM, Ana Cláudia. Vibrações ocupacionais: uma revisão da literatura. *Revista Ciência & Saberes-Facema*, v. 1, n. 1, p. 70-74, 2015.
- FERREIRA, Darlan Souza. Otimização dos parametros de uma suspensão veicular. Universidade de Brasília, 2016.
- GILLESPIE, Thomas D , 1992,. *Fundamentals of Vehicle Dynamics*. Society of Automotive Engineers, Warrendale, PA
- HOOKE, Robert; JEEVES, Terry A. ``Direct Search"Solution of Numerical and Statistical Problems. *Journal of the ACM (JACM)*, v. 8, n. 2, p. 212-229, 1961.
- LEWIS, Robert Michael; TORCZON, Virginia; TROSSET, Michael W. Direct search methods: then and now. *Journal of computational and Applied Mathematics*, v. 124, n. 1-2, p. 191-207, 2000.
- MANSFIELD, Neil J. *Human response to vibration*. CRC press, 2004.
- MCCULLOCK, John. *Particle Swarm Optimization*.
<http://mnemstudio.org/particle-swarm-introduction.htm>
- NABARETE, Ailton Notas de aula: Dinâmica de estruturas e aeroelasticidade.
<http://slideplayer.com.br/slide/7309546/>
- NACIF, Lucas Souto et al. Late acute rejection in liver transplant: a systematic review. *ABCD. Arquivos Brasileiros de Cirurgia Digestiva (São Paulo)*, v. 28, n. 3, p. 212-215, 2015.

- NIAGEM, S. P; MALIK, M. A Study on a Vibratory Model of a Human Body. *Journal of Biomechanical Engineering* 109 (2), 1987
- OGATA, Katsuhiko; SEVERO, Bernardo. *Engenharia de controle moderno*. Prentice Hall do Brasil, 1998.
- PAREDES, Miguel Moura et al. *Utilização de amortecedores de massas sintonizadas no controlo de vibrações em estruturas*. 2013.
- PEREIRA, Leonardo, 2013. *Análise dinâmica e otimização do controle de vibrações pelo algoritmo do regulador quadrático linear em um modelo veicular completo sob a ação de perfis de pista*. Dissertação de Mestrado – Universidade Federal do Rio Grande do Sul.
- RAO, Singiresu S.; RAO, Singiresu S. *Engineering optimization: theory and practice*. John Wiley & Sons, 2009.
- RAO, Singiresu. *Vibrações Mecânicas*. Pearson Prentice Hall, 2009.
- RILL, Georg. *Road vehicle dynamics: fundamentals and modeling*. CRC Press, 2011.
- ROEHL, J. L. P.; PAULINO, G. H. . *Notas de aula: Dinâmica Estrutural – Análise Não Determinística*. PUC-RJ, 1988
- SALAH, Ashraf; ABBAS, Wael; ABOUELATTA, Ossama B. *Design of optimal linear suspension for quarter car with human model using genetic algorithms*. 2010.
- SEBASTIÃO, Barbara Aparecida; MARZIALE, Maria Helena Palucci; ROBAZZI, Maria Lúcia do Carmo Cruz. *Uma revisão sobre efeitos adversos ocasionados na saúde de trabalhadores expostos à vibração*. *Rev. baiana saúde pública*, v. 31, n. 1, p. 178-186, 2007.
- SHIRAHATT, A.; PRASAD, P. S. S.; Panzade, P.; *Optimal design of passenger car suspension for ride and road holding*. *ABCM*, Rio de Janeiro, V. 30, 2008.
- SILVA, Elivaldo Elenildo da. *Otimização de estruturas de concreto armado utilizando algoritmos genéticos*. 2001. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo.
- SINGH, Harinder Jit. *Adaptive magnetorheological seat suspension for shock mitigation*. 2014. Tese de Doutorado. University of Maryland, College Park.
- STAINER, R. M. *Whole body vibration and shock: A literature review*. HSE Books, UK, 2001.